



中国科学院大学

University of Chinese Academy of Sciences

# 学士学位论文

血管搭桥手术的简化模型与流动数值模拟

作者姓名: \_\_\_\_\_ 卢子璇 \_\_\_\_\_

指导教师: \_\_\_\_\_ 王士召 研究员 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ 中国科学院力学研究所 \_\_\_\_\_

学位类别: \_\_\_\_\_ 工学学士 \_\_\_\_\_

专 业: \_\_\_\_\_ 理论与应用力学 \_\_\_\_\_

学院 (系): \_\_\_\_\_ 中国科学院大学工程科学学院 \_\_\_\_\_

2021 年 6 月



**Simplified model and CFD simulation of vascular bypass surgery**

**A thesis submitted to  
University of Chinese Academy of Sciences  
in partial fulfillment of the requirement  
for the degree of  
Bachelor of Engineering  
in Theoretical and Applied Mechanics**

**By**

**Zixuan Lu**

**Supervisor: Professor Shizhao Wang**

**School of Engineering Sciences, University of Chinese Academy of  
Sciences**

**June, 2021**



## 中国科学院大学 学位论文原创性声明

本人郑重声明：所提交的学位论文是本人在导师的指导下独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明或致谢。

作者签名：

日 期：

## 中国科学院大学 学位论文授权使用声明

本人完全了解并同意遵守中国科学院有关保存和使用学位论文的规定，即中国科学院有权保留送交学位论文的副本，允许该论文被查阅，可以按照学术研究公开原则和保护知识产权的原则公布该论文的全部或部分內容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存、汇编本学位论文。

涉密及延迟公开的学位论文在解密或延迟期后适用本声明。

作者签名：

日 期：

导师签名：

日 期：





## 摘 要

血管旁路搭桥术是治疗血管狭窄的手段之一，其通过为原生狭窄血管建立旁路备用通道，使血液可以绕过阻塞血管为远端组织供血以缓解局部组织血流供应不足。新兴的脑血管搭桥手术包括序贯双吻合术，不同于单支血管颅内-颅外吻合术，供体血管同时为两支阻塞血管供血。本课题以脑血管序贯双吻合术作为研究对象，建立其简化的几何模型，并运用计算流体力学数值模拟的方法，获得血液在血管中的流动特征，研究包括流线分布、外周阻力、静压差与流量分配关系、壁面切应力与回流区面积在内的流动参数与流场特征。数值模拟结果表明，入口至两血管出口流量的流量分配与区段静压差之间存在一一对应的匹配关系，静压差增大带来了更多的流量分配，而外周平均流阻随流量分配增加迅速减小而趋于恒定；外周平均流阻大小也与沿程血管长度呈现正线性关系。不同的平行吻合口长度、侧-端吻合口角度也带来了壁面切应力与回流区域面积差异，平行吻合口长度减小、侧-端吻合口角度减小带来了更大的壁面切应力。而平行吻合口长度增大、侧-端吻合口角度减小带来了更大的回流区域面积。上述研究或许可以为脑血管序贯双吻合术临床实施提供建议。

**关键词：**生物医学工程，计算流体力学，序贯双吻合，血管搭桥术





## Abstract

Vascular bypass grafting is one of the methods for treatments of vascular stenosis. By establishing a spare bypass path for the original stenosis vessels, blood can bypass the obstructed vessels and bring blood to distal tissues, relieving the insufficient blood supply to local tissues. Emerging cerebrovascular bypass surgery include the sequential double anastomosis (SDA), which is different from classical single-vessel intracranial-extracranial anastomosis, bring blood flow to double obstructed vessels. This research is toward cerebrovascular double sequential anastomosis, aiming to simplify geometric model of vessel, using CFD numerical simulation method to get the characteristics of blood flow in vessels and studying various of parameters and characteristics including the streamline distribution, peripheral resistance, static pressure gap and flow rate relationship, wall shear stress and backflow zone area. The simulation results show that there is a one-to-one matching relationship between flow rate from the inlet to the outlet of two vessels and the regional static pressure gap. Increase of static pressure gap leads to more flow rate, while the peripheral flow resistance decreases rapidly and tends to be constant with the increase of flow rate. Peripheral flow resistance also has a positive linear relationship with the length of vessels along path. Different parallel anastomotic lengths and side-to-end anastomotic angles also lead to differences in wall shear stress and reflux area. The decrease of parallel anastomotic lengths and side-to-end anastomotic angles lead to larger wall shear stress. And the increase of parallel anastomotic lengths and the decrease of side-to-end anastomotic angles lead to larger reflux area. These studies may provide some suggestions for the clinical implementation of cerebralvascular sequential double anastomosis.

**Keywords:** Bio-engineering, CFD, SDA, Vascular bypass grafting



## 目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 血流动力学与流动数值模拟	1
1.2 血管搭桥术流体数值模拟	2
1.3 本研究所关注的对象与问题	3
第 2 章 基于简化模型的分支血管流动数值模拟	5
2.1 血管简化模型建模的关键问题	5
2.2 血液在典型分支管路——T 型管中流动的数值研究	7
2.2.1 典型 T 型分支管路流动数值模拟	7
2.2.2 对该算例的讨论	10
2.3 血液工质模型非牛顿效应的影响	11
2.3.1 在毛细血管中流动时, 血液的剪切稀变特性	11
2.3.2 血液非牛顿特性对表观粘度、流场流动特征的影响	11
2.3.3 血液非牛顿特性对流场力学特征的影响	11
2.3.4 T 型血管简化模型中, 采用牛顿流体模型与 Carreau 模型的对比	12
2.4 小结	14
第 3 章 脑血管序贯双吻合模型	15
3.1 标准模型的基本参数与流场关键特性	15
3.1.1 基本参数与流场关键特性	15
3.1.2 网格无关性分析	18
3.2 用流阻模型研究压力-流量关系	19
3.2.1 出口压力对目标血管流量分配的影响	19
3.2.2 沿程血管长度的影响	21
3.3 流场力学特性、复杂流场特性与模型几何参数的关系	23
3.3.1 侧-端吻合口角度的影响	23
3.3.2 平行吻合口长度的影响	28
3.4 小结	32
第 4 章 结论与展望	33
4.1 总结与讨论	33
4.1.1 流量、静压差与流阻	33
4.1.2 壁面切应力与回流区域面积	33
4.2 未来展望	34

参考文献 .....	37
致谢 .....	41

## 图形列表

2.1 Owida 等 (2012) 所总结的冠状动脉搭桥经典吻合方式。(a) 端-端吻合, (b) 侧-端吻合, (c) 侧-侧吻合。·····	6
2.2 Owida 等 (2012) 所提到的冠状动脉搭桥复合吻合方式, 具体研究来自于 Politis (2008)。·····	6
2.3 本标准算例的求解域划分与边界条件指定。·····	8
2.4 本标准算例不同雷诺数下流函数等值线与涡度分布。(a) $Re = 10$ , 流函数等值线图, (b) $Re = 10$ , 涡量等值线图, (c) $Re = 200$ , 流函数等值线图, (d) $Re = 200$ , 涡量等值线图, (e) $Re = 600$ , 流函数等值线图, (f) $Re = 600$ , 涡量等值线图。·····	9
2.5 雷诺数与主流道-分支流道流量比。·····	10
2.6 牛顿流体与非牛顿流体的 T 型分支流动绝对速度等值面图。(a) 采用牛顿流体模型速度等值面分布, (b) Carreau 广义牛顿流体模型下速度等值面分布。·····	13
2.7 T 型管路次流道上壁面与主流道左侧壁面的壁面切应力 (WSS) 分布。(a) 次流道上壁面沿 x 方向 WSS 分布, (b) 主流道左侧壁面沿 y 方向 WSS 分布。·····	13
3.1 序贯双吻合标准模型几何参数和边界设置与网格划分。(a) 模型几何参数, (b) 边界设置与网格划分。·····	16
3.2 雷诺数为 77.25 下, 序贯双吻合标准模型不同流动特征。(a) 速度等值线, (b) 静压等值线, (c) 流函数等值线, (d) 速度矢量场。·····	17
3.3 目标血管一、二 (体积) 流量与流阻关系·····	19
3.4 采用不同沿程血管长度的模型的求解域、网格划分与边界。(a) 模型二, (b) 模型三, (c) 模型四, (d) 模型五。·····	22
3.5 沿程血管长度与流阻·····	23
3.6 采用不同侧-端吻合夹角的模型的求解域、网格划分与边界。(a) 55 度吻合夹角, (b) 45 度吻合夹角, (c) 34 度吻合夹角。·····	24
3.7 不同侧-端吻合口角度下流线与速度矢量。(a) 侧-端吻合口夹角 55 度流场流线, (b) 侧-端吻合口夹角 55 度流场速度矢量, (c) 侧-端吻合口夹角 45 度流场流线, (d) 侧-端吻合口夹角 45 度流场速度矢量, (e) 侧-端吻合口夹角 34 度流场流线, (f) 侧-端吻合口夹角 34 度流场速度矢量。·····	25
3.8 不同侧-端吻合口角度六个壁面的壁面切应力。(a) 弯曲血管上壁面, (b) 弯曲血管下壁面, (c) 水平血管下壁面, (d) 水平血管上壁面, (e) 垂直血管右侧壁面, (f) 垂直血管左侧壁面。·····	27

3.9 采用不同平行吻合口模型的求解域、网格划分与边界。(a) 4 毫米吻合口, (b) 6 毫米吻合口, (c)8 毫米吻合口。 .....	28
3.10 目标血管—不同平行吻合口长度流线与速度矢量。(a) 4mm 平行吻合口流场流线, (b) 4mm 平行吻合口流场速度矢量, (c) 4mm 平行吻合口流场流线, (d) 4mm 平行吻合口流场速度矢量, (e) 8mm 平行吻合口流场流线, (f) 8mm 平行吻合口流场速度矢量。 .....	29
3.11 不同平行吻合口长度六个壁面的壁面切应力。(a) 弯曲血管上壁面, (b) 弯曲血管下壁面, (c) 水平血管下壁面, (d) 水平血管上壁面, (e) 垂直血管右侧壁面, (f) 垂直血管左侧壁面。 .....	31

## 表格列表

3.1 不同网格参数 .....	18
3.2 不同网格相应的流场特征 .....	18
3.3 进出口压力差、流量分配和流阻 .....	20
3.4 具有不同沿程血管长度的模型参数 .....	21
3.5 具有不同沿程血管长度模型的出口流量 .....	21
3.6 具有不同沿程血管长度模型的出口静压差与流阻 .....	22
3.7 侧-端吻合口角度与两血管回流区域面积 .....	24
3.8 平行吻合口长度与两血管回流区域面积 .....	28





## 符号列表

### 缩写

CFD	Computational Fluid Dynamics
MRI	Magnetic Resonance Imaging
OSI	Oscillatory Shear Index
SDA	Sequential Double Anastomosis
STA	Superficial Temporal Artery
WSS	Wall Shear Strain



## 第1章 绪论

血管狭窄可分为动脉狭窄、静脉狭窄，其中根据病灶位置不同，动脉狭窄又包含冠状动脉狭窄、主动脉狭窄、颈动脉狭窄、脑部动脉狭窄等。动脉狭窄的存在可导致远端组织供血减少或形成栓子，是危害人类健康的最为严重的疾病之一 (Feigin 等, 2016)。动脉旁路搭桥术是治疗动脉狭窄的主要方式之一。临床经验表明，通常情况下，搭桥手术的初期旁路通畅率高达 90%，但随着时间推移其远期通畅率逐年减少，5 年后旁路血管初次通畅率仅有 44% (Rosenberg, 1987)。临床研究表明，远期搭桥旁路血管的阻塞主要由于血管壁内膜增生引起。血管壁内膜增生指血管壁内层组织过快生长导致的内膜增厚，是血管壁针对损伤的一种自然反应 (Manning, 2012)。医学领域的假说认为，搭桥手术后外周血流动力学条件改变导致了血管壁的自然反应，随时间积累，引起了血管相应生理病理结构。

### 1.1 血流动力学与流动数值模拟

血流动力学特征与生理病理结构的内在联系引发了广泛的兴趣，与此相关致病机理的研究具有深厚背景。早在 20 世纪 50 年代，Texon (1957) 在研究动脉粥样硬化成因时提出了低压理论，认为血管弯曲造成血液流动方向改变，而外侧管壁处压力增大，相应内侧管壁压力减小，从而使血管内皮层被迫拉向管腔，随时间积累产生病变。该理论首先将血管的局部生物力学因素与血管壁的内皮损伤导致病变联系起来。随后大量关于血流动力学因素对内皮细胞影响的研究不断涌现，Fry (1968) 提出的高压理论，认为高壁面切应力造成血管壁病变；以及Caro 等 (1971) 提出的剪切依赖型质量传输理论，认为管壁处不间断的低水平壁面切应力影响血管壁内皮细胞与血管内血流的质量输运，包括营养物质代谢废物的交换。

上述理论从不同的研究角度尝试解释血管分叉处、复杂几何构型处易产生血管病理性改变（例如动脉粥样硬化）的机理，强调了血流流速变化与流动分离带来的应力等血液流体力学特性对血管壁内皮细胞的影响。除了考虑血液定常流动特性，有诸多理论考虑了血流在动脉中的脉动特性，从而需要关注于切应力相对于时间变化率，即时间壁面切应力梯度 (Ojha, 1994) 的影响。同时，为了考

虑心动周期内由于血流方向发生倒转造成的壁面切应力反转与血管壁病变的关系, Ku 等 (1985) 提出了 OSI (振荡剪切指数), 该指数反应了一个脉动周期内壁面切应力与平均壁面切应力的平行程度。另有理论关注管壁的三维特征, 考虑了壁面切应力张量与管壁法向和平均壁面切应力方向的联系, 提出空间壁面切应力梯度 (Kleinstreuer 等, 1996) 这一参数。如上参数具有丰富的血流动力学内涵, 可以从不同角度反映血液的流动特性与血管壁的局部生物力学环境。

血流动力学的体内实验往往要借助侵入性的医学测量手段, 即便使用精密的实验技术, 针对某些器官的受限区域, 实际数据测量存在局限性; 而体外实验中目标血管的模型搭建、材料制备十分繁琐, 且精密的设备往往需要消耗大量资金 (Manning, 2012)。早期理论对于血流动力学参数与血管壁内皮细胞反应相关性的解读以及电子计算机与计算技术的发展, 催生了大量与血流动力学仿真相关的研究, 计算流体力学逐渐成为实验技术之外, 研究人体循环系统与血流动力学的另一手段。Taylor 等 (1998) 搭建了用于模拟人体循环系统相应血管血液流动问题的软件系统, 为血流动力学仿真应用于解决临床问题提供了范式。

仿真模拟关注于主动脉弓、颈动脉、冠状动脉等具有几何分叉结构、粥样硬化多发的区域, 例如, Chandran 等 (1974) 给出了用弯管模型简化的主动脉弓模型流场模拟; Perktold 等 (1986) 给出了平均尺寸下颈动脉分叉血管二维模型的流场模拟。随着计算技术的发展, 后期的研究者主要关注于三维模型或应用从 MRI 几何重建所提供等标准模型之外定制性的复杂几何模型 (Sia 等, 2010)。考虑流体模拟的边界条件时, 除却局部给定的静压、速度、流量分配等条件, Taylor 等 (2013) 还提出利用外周基尔霍夫集总参数描述的 0D/3D 耦合几何模型, 利用多尺度的方法优化出口边界条件; 对于壁面边界条件, 除却刚性壁面边界条件, 考虑弹性血管壁的流固耦合仿真也被应用于流动数值模拟仿真实验, 用以研究血管弹性壁面运动对区段内血流的影响 (Vigmostad 等, 2010)。

## 1.2 血管搭桥术流体数值模拟

在血管搭桥术的流动数值模拟方面, 诸多具有不同血流动力学内涵的流动参数与解释致病机理的理论引导研究者探索不同搭桥血管几何构型、搭桥材料与吻合方式对局部血流动力学参数的影响, 从而优化术后局部血流环境与远期血管反应, 进而规避易造成目标血管远期阻塞的危险因素。

在血管搭桥术的流动数值模拟研究领域，其中几何模型可来源于抽象的简化模型或来源于临床获取的医学影像数据。

在心血管搭桥手术的计算流体力学流动数值模拟方面，简化模型手段被广泛应用于揭示手术关键参数带来的流场特征规律、解释与评估手术效果。Balaras 等 (2009) 首次建立了带人工阀的人造血管主动脉旁路搭桥术的简化模型，印证该术式的临床经验，并从血流动力学角度解释了手术对主动脉瓣跨瓣动脉压缓解作用的机理与术后低脑卒中风险的机理；Matsuura 等 (2018) 建立了原生血管完全堵塞的冠状动脉旁路搭桥术的简化模型，讨论了单只血管侧-端吻合式与菱形或平行序贯吻合式诸术式带来的不同流动参数，以及该术式前后血管局部生物力学变化；Owida 等 (2012) 总结了从 20 世纪末近十余年冠状动脉搭桥术血流动力学仿真方面的研究，对比了不同工作所采用的流动参数、边界条件、血液与管壁模型参数及吻合技术。使用简化模型的研究手段可提供术式规律方面的参考性归纳，基于医学影像数据的患者个性化血管几何模型构建与基于该模型进行的仿真模拟，也可提供更加有效的个人规划性意见与手术决策建议。赵夕 (2017) 给出了利用 0D/3D 多尺度耦合边界条件技术进行冠状动脉搭桥术的流体模拟的方案设计与实现，以及结合患者个性化的冠脉三维模型，用此进行血流动力学规划、辅助手术决策的软件架构。上述诸多工作关注心血管搭桥术的数值模拟，促进了对心血管搭桥术流动特征的认识和手术规划工作的发展。

在脑血管搭桥术的流动特征模拟方面，一些工作关注于从临床影像建立三维管路流动模型 (Zhang 等, 2012)，分析单支血管颅-内外血管搭桥术前后外周流动阻力的变化，从而评估该手术的实际收益，为高度依赖临床经验 (Sia 等, 2010) 的脑部血管搭桥术提供参考建议。而基于简化模型的脑血管搭桥术流动数值模拟，对术式进行评估与指导，此类研究尚显欠缺。

### 1.3 本研究所关注的对象与问题

新兴的脑血管搭桥术包括序贯双吻合技术，采用双血管吻合而非单支血管的侧-端吻合或平行吻合。搭桥血管先通过侧-侧平行吻合为第一支狭窄血管供血，搭桥血管的剩余部分以侧-端吻合的方式为第二支狭窄血管供血。吻合血管同时为两支狭窄血管供血、具有两种吻合口，且受体血管的局部静压、流率、血管尺寸均不同，开展吻合术的生理条件复杂，因而该术式在血管的几何特征、吻

合血管数、吻合方式等与心血管旁路搭桥术或基于单支血管的颅内-外吻合术不同，但建模的方法与思路均可从计算流体力学管路模拟的角度出发。冠状动脉旁路搭桥术模型简化与数值模拟作为一个被广泛研究的领域，具有丰富的研究成果积累，可为本研究提供方法上的参考。

本研究拟用参照心血管搭桥术的建模方法，研究序贯双吻合脑血管搭桥术，建立简化的血流动力学模型，模拟并分析其中的流动特征和规律。研究的关键问题在于序贯双吻合术式血管简化模型的建立、流场关键特征的分析，以及对特定生物学问题的回答。本研究希望回答下列两类医学问题：首先是脑血管序贯双吻合搭桥术式的初期通畅性问题，对于类似于序贯双吻合术式的多分支血管搭桥术而言，供体血管为多（两）支堵塞的目标血管同时供应血流，目标血管出口的流量分配与静压相关，极端的流量分配（血液仅仅从某支血管流出）带来不理想的手术效果，因而本研究希望总结序贯双吻合模型双出口静压与流量分配的关系，给出该术式双支目标血管静压匹配范围；其次是脑血管序贯双吻合术的长期通畅性问题，吻合术式的几何特征对流场展现的力学特征具有影响，主要体现在对二次流、壁面切应力分布的影响，这些流场特征被认为与血管病理性改变有关。本研究希望对该术式的一系列几何特征参数选取进行研究、总结规律、提出优化方案。

## 第2章 基于简化模型的分支血管流动数值模拟

血流动力学数值模拟以其便捷性，成为医学临床体内测试与离体实验手段之外研究人体循环系统血流特性与血管病变的重要方法。血流动力学数值模拟首先对血管几何形态进行建模，而后抽象出力学问题及其边界条件，通过数值模拟方法分析流场特征与相应力学指标。

在使用真实的医学影像数据指导血流动力学仿真的方法之外，直接对血管几何形态进行建模，抽象关键的影响手术效果的几何要素的简化模型方法是研究分支血管流动数值模拟问题最为重要的方法之一。本章将详细讨论使用简化模型方法研究分支血管流动数值模拟的关键问题，包括血管简化模型建模、分支管路流动数值模拟研究方法与关键流场特征参数的选取，以及牛顿流体与非牛顿工质模型对结果的影响。

### 2.1 血管简化模型建模的关键问题

血管几何形态建模方面，诸多研究关注于抽象简化模型。Owida 等 (2012) 总结了冠状动脉搭桥术模拟领域多年来所提出的不同术式的简化模型，如图2.1、图2.2所示。其中子图2.1b展示了侧-端吻合术的简化模型，侧-端吻合术的搭桥血管在吻合口处的切方向与目标血管之间呈现一定角度，该角度称为侧-端吻合口夹角；子图2.1c展示了侧-侧吻合术（亦称为平行吻合）的简化模型，平行吻合术中的搭桥血管在吻合口处与目标血管相切，但吻合口长度在术中可灵活决定，该参数称为平行吻合口长度。侧-端吻合口夹角与平行吻合口长度是典型单支血管吻合术中的关键吻合参数。图2.2中的子图2.2c、子图2.2d所展示的复合吻合模型则示意多支血管的复合吻合体现为典型单支血管吻合的组合。

这些模型充分概括了术式的特征，反应了真实血管吻合的关键几何形态，基于此开展的手术优化相关研究很好地指导了临床所关注的问题。

诸多研究揭示了如图2.1b、2.2b 所示模型其吻合口夹角、吻合口长度与壁面切应力、二次流面积等流场特征的关系。除侧-端吻合口夹角、平行吻合口长度这类显著影响流场力学特征与流函数等值线分布的几何参数外，当考虑流量  $Q$  与静压差  $\Delta P$  的关系时，血管轴向尺寸、血管半径都与维持恒定流量所需的静压

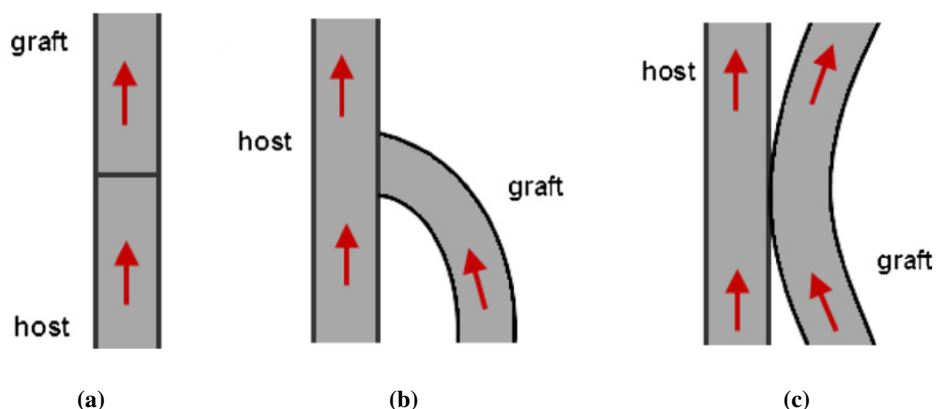


图 2.1 Owida 等 (2012) 所总结的冠状动脉搭桥经典吻合方式。(a) 端-端吻合, (b) 侧-端吻合, (c) 侧-侧吻合。

Figure 2.1 Review of classical anastomosis methods of coronary artery bypass grafting from Owida et al.(2012). (a) End-to-end anastomosis, (b) End-to-side anastomosis, (c) Side-to-side anastomosis.

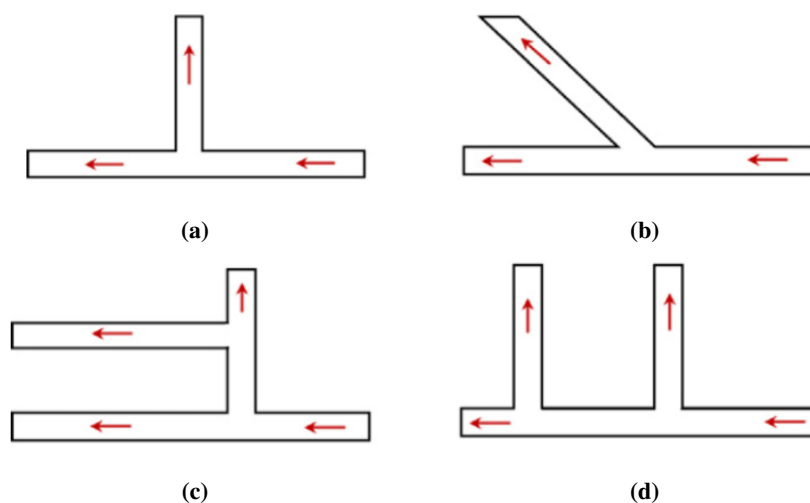


图 2.2 Owida 等 (2012) 所提到的冠状动脉搭桥复合吻合方式, 具体研究来自于 Politis 等 (2007)。(a) T 型吻合, (b) Y 型吻合, (c) II 型吻合, (d) 序贯吻合。

Figure 2.2 Review of classical anastomosis methods of coronary artery bypass grafting from Owida et al.(2012), a research from Politis et al.(2007). (a) T-graft, (b) Y-graft, (c) II-graft, (d) Sequential-graft.



差有关，流阻  $R = \Delta P/Q$ ，反映了血液在一段血管中流动的外周平均阻力。目前的研究常将血液流动视为充分发展泊肃叶流，则有：

$$R = \frac{\Delta P}{Q} = \frac{8\eta L}{\pi r^4} \quad \dots (2.1)$$

其中  $\eta$  为血液粘度， $L$  为区段血管轴向距离， $r$  为血管截面半径。公式2.1表明，流阻与血管轴向距离成正比，与血管半径的四次方成反比，与粘度成正比。由于本研究关注特定管径的脑血管动脉以及定常条件、特定雷诺数下的流动特征，因而当考虑流量与静压的关系时，仅需考虑血管轴向尺寸（沿程血管长度）对静压差的影响。

## 2.2 血液在典型分支管路——T型管中流动的数值研究

流体在带有支分的流道中流动具有复杂的现象。由于流体流动方向的突变，流动分支处具有两个明显的特征，其一是流动分离与回流的发生；其二是在与主流出方向垂直的平面上发展的二次流动。T型三通管是最基本的带分叉管路，是该类问题的研究与算例验证的标准参考模型。

Hayes 等 (1989) 系统梳理了平板分支管路稳定流动问题的各种模型，并研究了 90 度 T 型平板分支二维稳态流动情况下分支位置、分支口宽度、流出道流量分配、雷诺数对回流区域的产生与回流区域面积的影响。该工作是研究二次流的产生与发展的重要工作。二次流的产生会造成壁面振荡剪切应力的改变，因而该工作的结论对血流动力学模拟也具有指导意义。同时，该研究还提供了大量分支管路流动的经典算例，可被用于验证数值求解方法的正确性。

### 2.2.1 典型 T 型分支管路流动数值模拟

本文模拟了 Hayes 等 (1989) 给出的典型 T 型分支管路流动。T 型三通管具有一个主流道与一个侧-端分支流道。在实验所选取的算例中，求解区域如图 2.3 所示，其中流体从下端流入，垂流向主分支流道。同时，主流出道的侧端有一分支，作为次流出道。以主流出道的宽度进行无量纲化，主流出道无量纲长度为 6，次流出道无量纲长度为 4，次流出道无量纲出口宽度为 1。主、次流出道采用等压力边界条件，入口使用充分发展的平板泊肃叶流入口速度边界条件匹配相应给定几何参数下的雷诺数，壁面采用无滑移边界条件。

图 2.4 分别为  $Re = 10, 200, 600$  流动条件下涡量与流函数等值线的结果。血

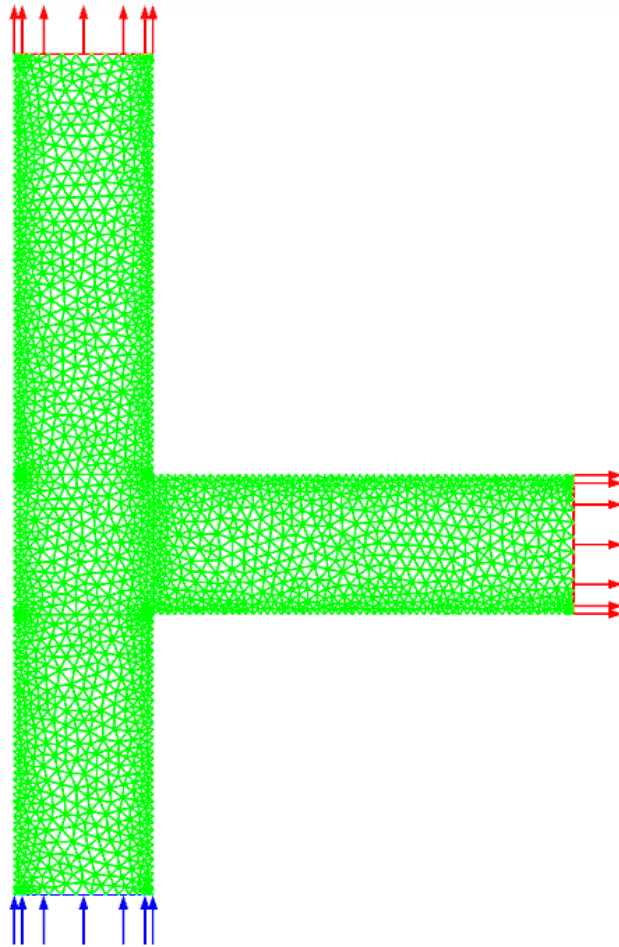


图 2.3 本标准算例的求解域划分与边界条件指定。

Figure 2.3 The solution domain division and boundary conditions specifying in this standard computational example.

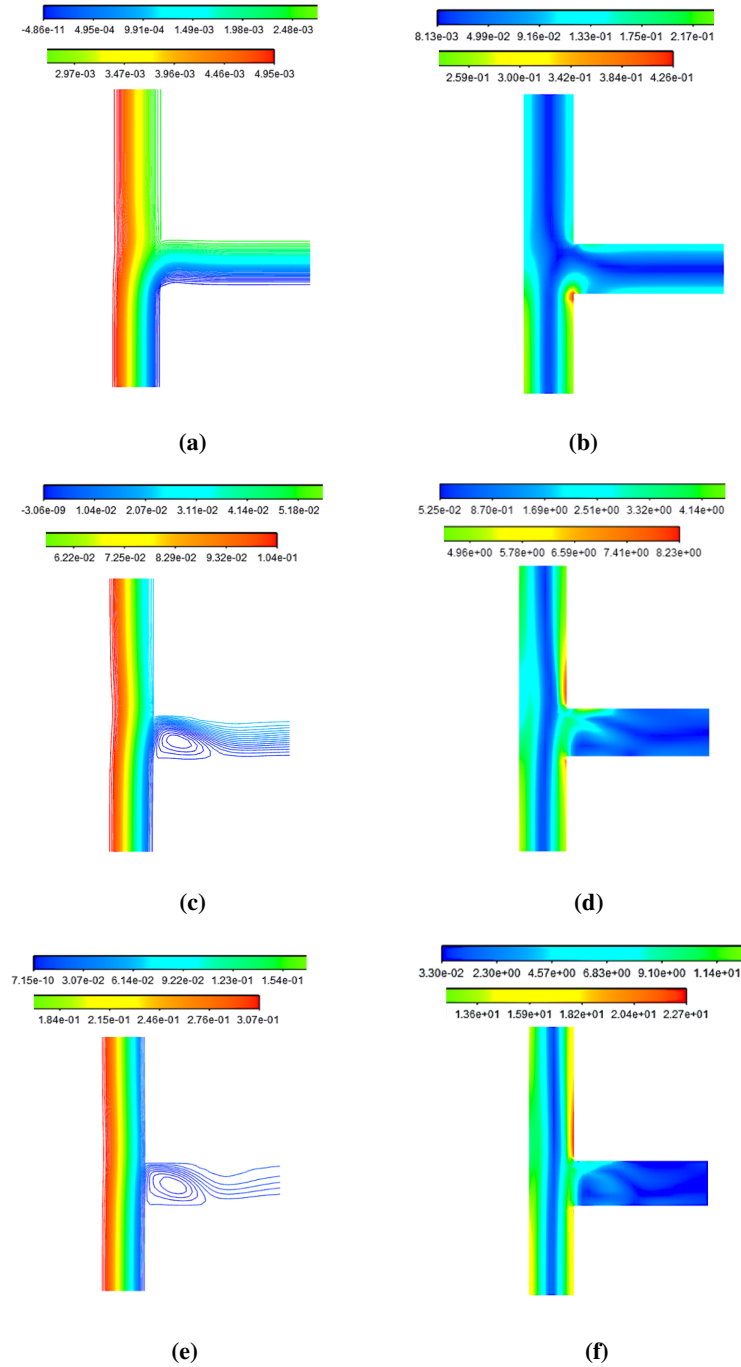


图 2.4 本标准算例不同雷诺数下流函数等值线与涡度分布。(a)  $Re = 10$ ，流函数等值线图，(b)  $Re = 10$ ，涡量等值线图，(c)  $Re = 200$ ，流函数等值线图，(d)  $Re = 200$ ，涡量等值线图，(e)  $Re = 600$ ，流函数等值线图，(f)  $Re = 600$ ，涡量等值线图。

Figure 2.4 Results of contours of stream function and vorticity in various  $Re$  of this standard computational example. (a) Contour of stream function in  $Re = 10$ , (b) Contour of vorticity in  $Re = 10$ , (c) Contour of stream function in  $Re = 200$ , (d) Contour of vorticity in  $Re = 200$ , (e) Contour of stream function in  $Re = 600$ , (f) Contour of vorticity in  $Re = 600$ .

液的密度为  $1050.0\text{kg/m}^3$ ，粘度为  $0.00561\text{Pa}\cdot\text{s}$ 。

从图中可知，随着雷诺数增加，次流出道入口产生逐渐增大的回流区域，同时更多的血液经主流出道流出，主流出道流量比例增加。随着回流区域面积的出现与增大，次流出道下端壁面涡度存在反向。该结果与Hayes等(1989)文中的结果相符合。图2.5展示了雷诺数与来自主流道和分支流道流量比的关系。本算例

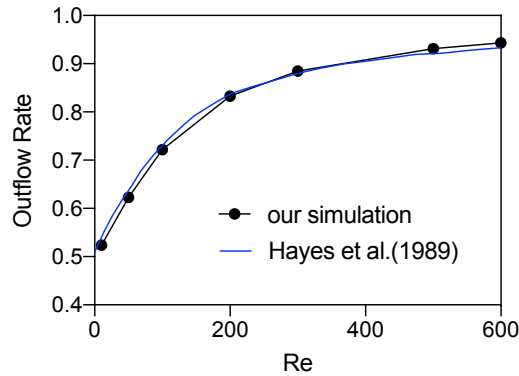


图 2.5 雷诺数与主流道-分支流道流量比。

Figure 2.5 Relationship between Re and flow rate of main branch v.s side banch.

的实验与原文献中的结果（经数据提取获得）具有较好的一致性。

### 2.2.2 对该算例的讨论

在 T 型管分支流动算例中，首先给出了求解域的离散方法以及边界条件的设置，定义了入出口边界条件以及壁面边界条件。而后通过数值实验研究了恒定压力出口边界条件下，不同雷诺数下，从图2.4流场结果中观察到二次流的产生与回流区，同时验证与原文结果相符。

该算例给出了 T 型最简分支管路边界条件的取法和分支管路该类问题关键的可视化方法，例如运用流函数等值线图观察回流区。另一方面，对于静压与流量的关系，额外的实验证明了同一雷诺数下压力边界条件与流量分配（流率边界条件）条件的等价性，这对本研究后一章节通过流量分配规律反推静压分布具有指导意义。

对于流场的力学特性，本算例虽未涉及，但反映流场力学特性的参数（例如 WSS）对于优化手术效果、进行手术评估十分重要，因而也将作为一重要特征参量。

## 2.3 血液工质模型非牛顿效应的影响

全血由血浆与悬浮在其中的血细胞构成,其物理、力学特性十分复杂。大血管中的血液可被视作大变形管路流,此时血液的流变学行为是其由切变率决定粘度。多种广义牛顿流体本构被用于描述血液的粘度与切变率的关系,诸多平行的模型涵盖宾汉塑性流体、卡森流体、幂率流体、卡洛流体等(Cho 等, 1991)。

对于所关注的不同的流动参数、求解域的几何特征、流态等,血液的非牛顿特性有不同程度的影响。

### 2.3.1 在毛细血管中流动时,血液的剪切稀变特性

对于微小血管(特征尺度与红细胞尺寸相近)中的流体,血液的表观粘度随管径减小显著减小,呈现出剪切应力稀变特性,这种现象被称为 Fahraeus-Lindqvist 效应(Manning, 2012),其中的一个解释是,红细胞会在微小的管道中翻滚,由于非惯性力的作用,红细胞具有向管轴心迁移的倾向,进而管道近壁处形成无细胞血浆层。由于血浆的表观粘度显著低于全血,近边界处剪切应力显著下降,导致血液流经微小血管的表观粘度下降。此时,血液的这种非牛顿特性对于流场特征分布具有显著影响。在本研究中,将动脉血管作为研究对象时,无需考虑血液工质模型的这种效应。

### 2.3.2 血液非牛顿特性对表观粘度、流场流动特征的影响

实验与理论结果表明,随着切变率上升,血液的粘度显著减小,而当高切变率时(切变率大于  $50\text{s}^{-1}$ ),血液粘度趋于常量  $3.5\text{cP}$ ;对于人体正常生理条件,一个心动周期内,切变率大于  $50\text{s}^{-1}$ (Manning, 2012)。因而在模拟血液流动中,对于冠状动脉、股动脉、颈动脉、颅内动脉等动脉血管的流场分布、流量分配等流动特征,血液为牛顿流体的假设具有说服力。

### 2.3.3 血液非牛顿特性对流场力学特征的影响

由于血管吻合、支架介入导致的内膜增生、血栓沉积、粥样病变是远期手术失败的主要原因,血管内膜增生、血栓沉积等均与流场的力学特性有关,因而血流动力学模拟研究集中关注于壁面切应力、壁面切应力梯度、振荡剪切指数等流场的力学特性与壁面切应力的极值分布的情况。诸多血流动力学模拟的研究考虑了非牛顿特性的影响(Matós 等, 2013)。Manning (2012) 在其专著中给出了分别

考虑恒定压降与恒定流量条件下，不同血液本构模型下（牛顿流体、幂率流体、宾汉塑性流体、卡森流体）的速度剖面。恒定流量条件下计算压力梯度时，牛顿本构关系与非牛顿本构关系结果差异约为 12%（卡森流差异最为明显），而计算壁面切应力时，牛顿本构关系与非牛顿本构关系结果差异约为 10%（卡森流差异最为明显）；而对于恒定压力假设下，不同模型的流量、速度剖面与壁面切应力差异很小。同时，不同的广义牛顿本构模型之间的结果也有显著差异。这意味着当考虑流场力学特性时，血液的非牛顿特性是值得关注的因素。

#### 2.3.4 T 型血管简化模型中，采用牛顿流体模型与 Carreau 模型的对比

Carreau 广义牛顿流体本构是一个四参数经验公式，描述了与切变率有关的粘度的关系。

$$\eta = \eta_{\infty} + (\eta_0 - \eta_{\infty}) \left[ 1 + (\lambda \dot{\gamma})^a \right]^{\frac{n-1}{a}} \quad \dots (2.2)$$

其中  $\eta_0$ ,  $\eta_{\infty}$ ,  $\lambda$ ,  $n$  为模型参数；Cho 等 (1991) 总结了一系列广义牛顿流体中与血液符合较好的相关本构的参数设置。对于采用 Carreau 本构模型的血液，上述四个参数分别采用 0.56poise、0.0345poise、3.313s、0.3568。

下面的数值实验给出了使用牛顿流体与 Carreau 本构描述的非牛顿流体模型，血液流经 T 型分支流道的结果。主流道长度为 6cm，分支流道长度 4cm，入口、出口宽度均为 1cm。出口边界条件采用等压力出口边界条件；壁面采用无滑移边界条件；入口采用泊肃叶流速度剖面，速度入口匹配采用牛顿模型下雷诺数  $Re = 10$  的流动条件。

图2.6分别展示了牛顿流体与非牛顿流体的 T 型分支流动绝对速度等值面图。其中，牛顿流体的粘度参数采用了 Carreau 模型下泊肃叶流动抛物面计算的平均切变率下对应的粘度 ( $\mu = 0.00367 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ )。采用牛顿流体模型与非牛顿流体模型对于速度等值线分布无显著影响，因而从定性上来讲，对于静压分布与流量分配亦无显著影响。

当考虑壁面切应力与其分布，图2.7展示了以最大壁面切应力无量纲化的壁面切应力随出入口直径无量纲化的轴向距离的关系。两壁面分别选取次流道上壁面与主流道左侧壁面。牛顿流体与非牛顿流体在此两处壁面上比面切应力分布展现出一定数值差异，但分布规律呈现一致性，因而当考虑壁面切应力分布情况与相对大小时，牛顿流体也是适合的模型。



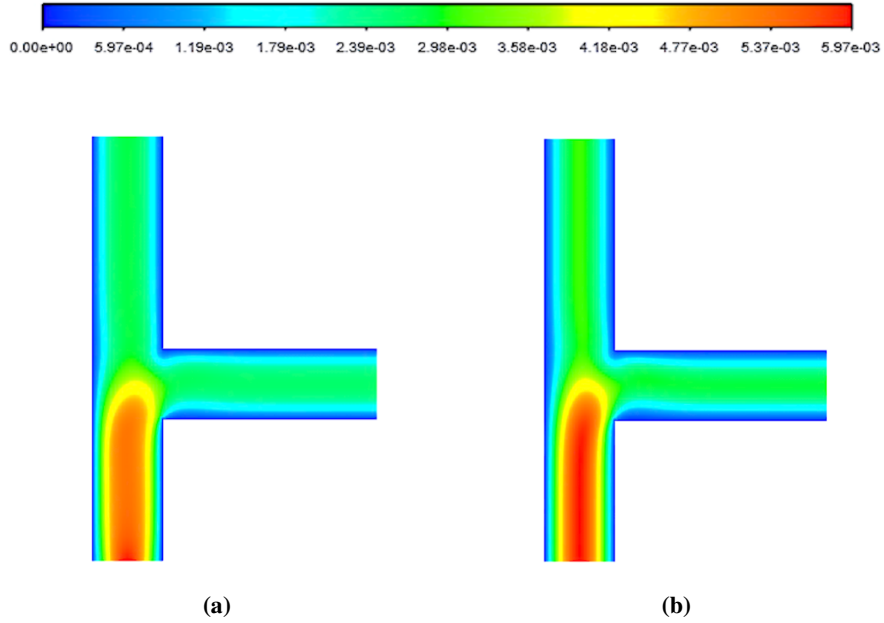


图 2.6 牛顿流体与非牛顿流体的 T 型分支流动绝对速度等值面图。(a) 采用牛顿流体模型速度等值面分布, (b) Carreau 广义牛顿流体模型下速度等值面分布。

Figure 2.6 Contours of velocity magnitude of Tee- branch fluid with Newtonian fluid material and non-Newtonian (general Newtonian fluid )fluid material. (a) Contours of velocity magnitude Newtonian fluid material, (b) Contours of velocity magnitude with Carreau GNF fluid material.

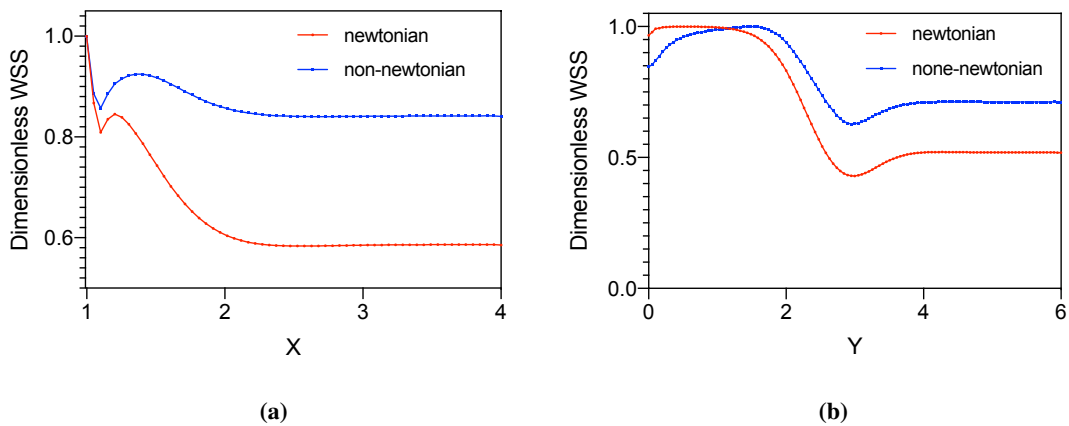


图 2.7 T 型管路次流道上壁面与主流道左侧壁面的壁面切应力 (WSS) 分布。(a) 次流道上壁面沿 x 方向 WSS 分布, (b) 主流道左侧壁面沿 y 方向 WSS 分布。

Figure 2.7 The distribution of wall shear stress (WSS) on the upper wall of secondary side branch and the main branch left wall for a T-shaped pipeline fluid .(a) WSS distribution on side branch upper wall along direction x, (b) WSS distribution on main branch left wall along dirextion y.

## 2.4 小结

使用血管的简化模型构建求解域几何模型是生物医学工程血流动力学模拟领域的一种重要而常用的方法，被广泛应用于探索相应参数带来的流场规律，对手术进行评估与规划。血管简化模型方法不同于基于 MRI 医学影像数据进行建模，而是关注于充分抽象出影响流场特征参数，用可以被解析表示的几何模型来表征血管的几何特征。研究表明，侧-端吻合角度、显著影响流场力学特征；而对于平行吻合口长度，有研究表明其显著影响壁面切应力、回流区域的形成与回流区面积。由于外周阻力的存在，在平均外周阻力下的意义下，血管轴向尺寸影响静压分布。因而综合考虑本研究所关注的问题与相应流场特性所受之的影响因素，本研究选取侧-端吻合口角度、平行吻合口长度、沿程血管长度作为简化模型所关注的几何参数。

人体血管具有多分叉的复杂性，血液在分叉血管中流动的问题可被一定程度抽象为分支管路流动问题，因而对分支管路流动数值模拟研究方法的讨论是具有关键意义的。T 型管是最简单的分支管路，Hayes 等 (1989) 在其早期研究中探究了带有 90 度侧-端分支的 T 型管路的二维稳态流动问题，充分揭示了分支血管宽度、雷诺数、流量分配影响血管中二次流的形成、回流区面积与涡量分布。对于这一经典工作，本研究复现了其中的相关算例，得到一致的结果。上述工作主要验证了分支管路流动模拟相关方法的可行性，同时也指导本研究进行边界条件设置以及对适当的流场特征参数的选取。

血液的非牛顿特性作为对工质模型的不同处理，影响模拟与仿真的结果。全血由血浆与血细胞构成，并非均一流体工质，其物理、力学特性十分复杂。在大血管中流动的血液常常需要考虑非牛顿特性与粘弹性，诸多模型将血液描述为“广义牛顿流体”，建立了切变率、温度与粘度的关系。另一方面，血液在微血管中流动还具有剪切稀变特性。但对于模拟动脉中血流流动，通常假定血液是牛顿流体，因为大部分心动周期内，切变率大于  $50\text{s}^{-1}$ 。当考虑流动模拟中力学特性时，血液非牛顿特性对壁面切应力、切应力场等流动特征具有一定程度的影响。由于本研究研究低雷诺数、3 毫米尺寸动脉血管流动，关注压力与流量的定性关系与流场力学参数的分布情况，因而将采用牛顿流体作为工质模型，相应的数值实验对比了采用牛顿流体模型与 Carreau 广义牛顿流体模型下的速度分布、壁面切应力分布，验证了采用牛顿工质模型的合理性。



## 第3章 脑血管序贯双吻合模型

本章节将以脑血管序贯双吻合术 (Cerebrovascular SDA) 作为研究对象, 构建几何模型, 研究流场特征。序贯双吻合术不同于单支血管的颅内-颅外吻合术, 序贯双吻合术以一支颅外供血动脉 (STA), 同时为两根狭窄或堵塞的颅内动脉 (通常是大脑中动脉与大脑前动脉) 供血。供血动脉先同目标血管一做平行吻合, 其余游离动脉末端同第二支目标血管做侧-端吻合。该术式涉及三支血管。

### 3.1 标准模型的基本参数与流场关键特性

#### 3.1.1 基本参数与流场关键特性

运用血管简化模型进行分支血管流动数值模拟, 几何参数的关键要素主要包括端-侧吻合中的吻合角度、平行吻合中的入口宽度, 以及两吻合口之间沿程血管长度。其中, 吻合口角度、平行吻合口入口宽度显著影响壁面切应力分布的流场力学特性, 影响涡度与二次流回流面积等表征非一维复杂流动的流场特征; 对于同一恒定截面流量, 两吻合口间沿程血管长度带来不同的出入口间静压差。因而, 相应几何模型应能准确反映上述要素。

图3.1展示了序贯双吻合血管的几何模型与边界设置。三条血管: 水平血管、弯曲血管、垂直血管分别代表目标血管一、供血血管与目标血管二。弯曲血管的供血来流从左侧流入, 一部分从平行吻合口流入目标血管一, 另一部分从侧-端吻合口流入目标血管二。值得注意的是两目标血管均示意单侧堵塞的血管, 因而除水平血管右侧出口与垂直血管上方出口, 其余的端口为壁面, 无流量。弯曲血管为一段与水平血管相切的抛物线, 左侧入口来流方向与水平方向呈  $26.56^\circ$ , 右侧边缘切方向与垂直血管呈  $45^\circ$ , 该角度可调整。整个几何模型以毫米作为长度量纲尺寸, 血管的宽度为 3, 水平血管长度为 20, 平行吻合口位于水平血管中央, 吻合口长度为 4, 该长度可调整。垂直血管与水平血管水平距离为 10。垂直血管的吻合口下端与阻塞端的距离为 10, 垂直血管长度为 30。以水平血管上壁面中心作为原点, 弯曲血管的抛物线方程为  $y = 1/40x^2$ , 该方程决定弯曲血管长度, 从而决定入口-出口区段沿程血管的长度, 可以调整。上述几何模型的参数十分典型, 当研究不同几何参数对流场特征的影响时, 相应几何参数均可在此

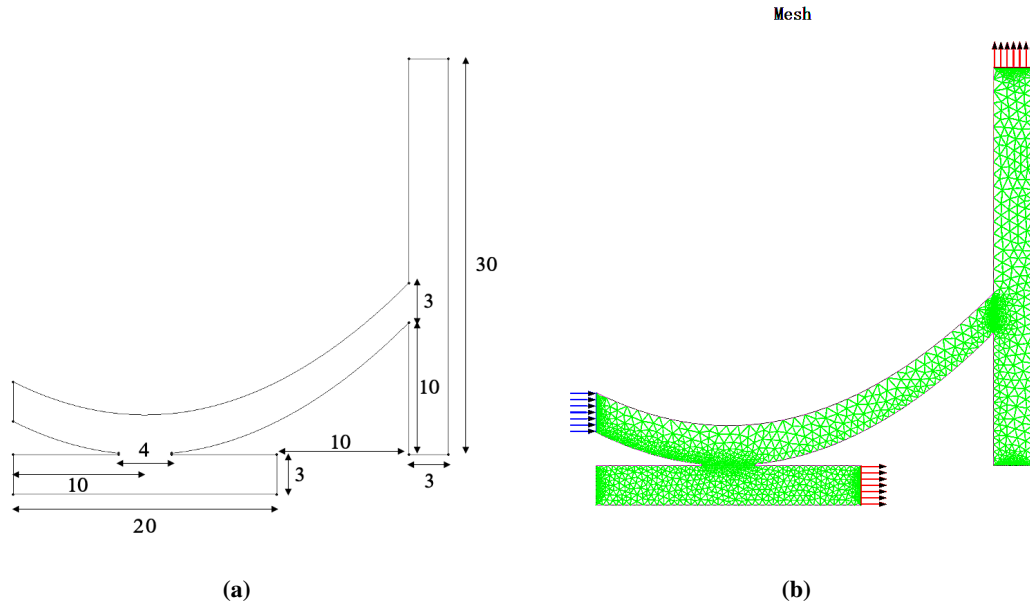


图 3.1 序贯双吻合标准模型几何参数和边界设置与网格划分。(a) 模型几何参数, (b) 边界设置与网格划分。

Figure 3.1 Standard model of SDA , the geometric parameters and boundary setting and meshing. (a) Geometric parameters, (b) Boundary setting and meshing.

模型上做泛化, 故称此模型为脑血管序贯双吻合血流动力学模拟该问题的标准模型 (下同)。

图3.2展示了雷诺数为 77.25 下, 速度等值线 (图3.2a)、流函数等值线 (图3.2b)、静压等值线 (图3.2c) 与速度矢量场 (图3.2d)。中心流速的选取采取人体内 3mm 左右动脉血管的 (脉动流) 时间平均流速, 密度为  $1050\text{kg/m}^3$ , 粘度为  $0.00367\text{Pa}\cdot\text{s}$ 。出口处采取了均匀流量分配 50% : 50% 边界条件; 壁面采用无滑移边界条件; 入口处为自定义的充分发展泊肃叶流。

图3.2a中展示了均匀流量分配边界条件下速度等值线, 入口处的泊肃叶流速度剖面在平行吻合口附近消失, 在目标血管一、血管二平直段重新产生, 但未充分发展; 图3.2b中流线显示了目标血管一、目标血管二靠近吻合口处阻塞一侧的回流区, 是值得关注的研究对象; 图3.2c中展示了静压分布, 在均匀流量分配情况下, 两吻合口处同入口处静压差不同, 这意味着血流从两流道出口流出, 具有不同的外周平均阻力; 图3.2d展示了速度矢量场分布, 其中两目标血管靠近吻合口处阻塞一侧有流态复杂的回流产生, 与图3.2b中流线所揭示的形态相似。

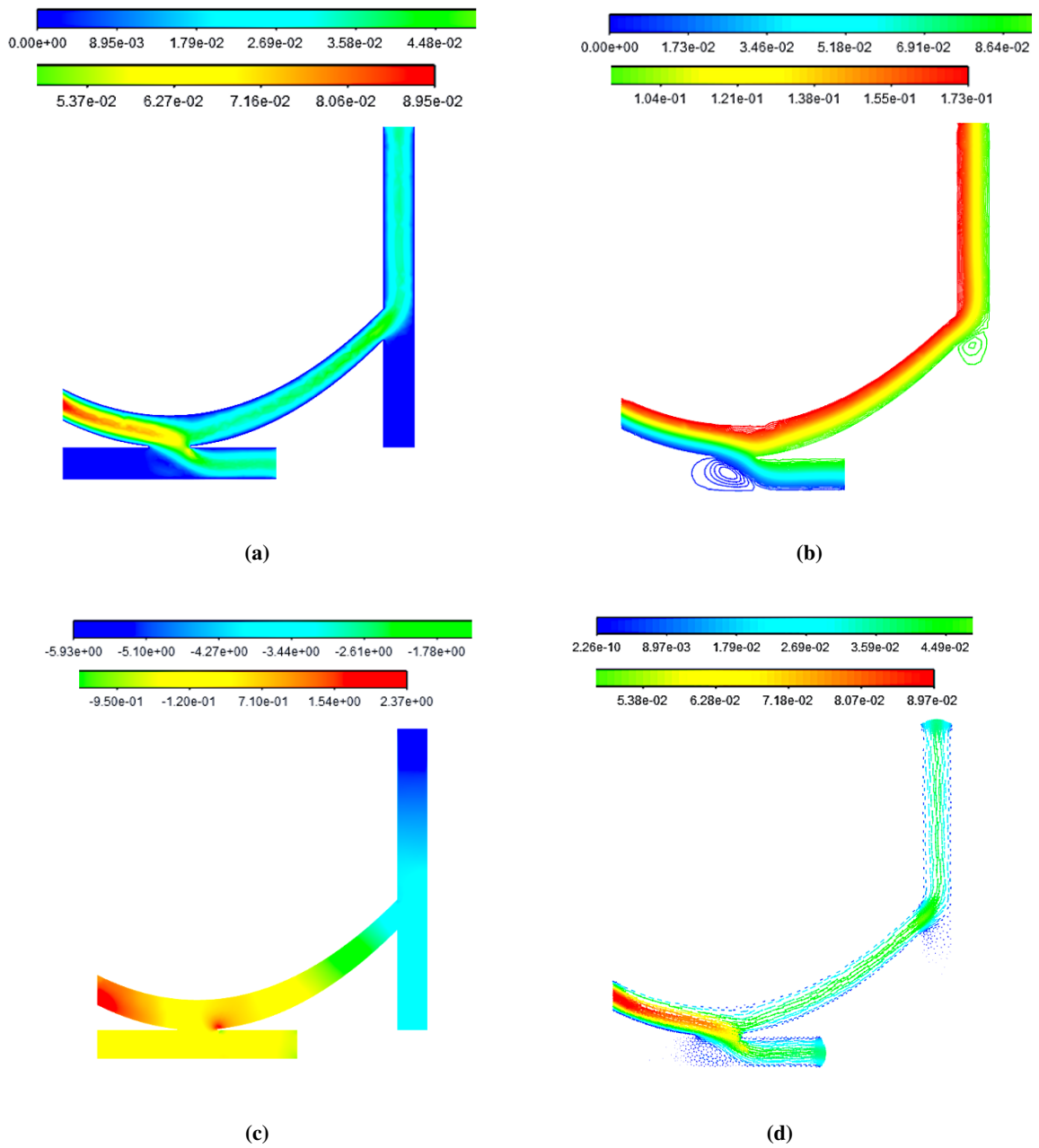


图 3.2 雷诺数为 77.25 下，序贯双吻合标准模型不同流动特征。(a) 速度等值线，(b) 静压等值线，(c) 流函数等值线，(d) 速度矢量场。

Figure 3.2  $Re = 77.25$ , various fluid characteris of SDA standard model. (a) Contour of velocity magnitude, (b) Contour of static pressure, (c) Contour of stream function, (d) Contour of velocity vector field.

### 3.1.2 网格无关性分析

对于上述几何模型，血管之间尖锐的交叉处适合使用非结构化网格进行求解域的离散。额外的数值实验表明，非结构网格相比于结构化网格而言在经过简单的后处理后具有直观的优势，因而本研究采用非结构网格对上述模型进行空间离散化。

对于标准模型，采用三种不同细度的非结构网格对流场两出口处的静压、速度剖面与流量做出对比，验证差异。网格一、二、三的参数设置与流场结果对比如表3.1、3.2所示。

表 3.1 不同网格参数

Table 3.1 Various mesh parameters.

网格 Id	属性	单元数	节点数	最小单元面积尺寸 (m <sup>2</sup> )
Id 1	非结构化网格	890	535	$1.00 \times 10^{-4}$
Id 2	非结构化网格	3066	1718	$7.04 \times 10^{-5}$
Id 3	非结构化网格	10004	5377	$4.22 \times 10^{-5}$

表 3.2 不同网格相应的流场特征

Table 3.2 The corresponding flow field characteristics of the mesh.

网格 Id	目标血管一下壁面最大 WSS(Pa)	目标血管二右壁面最大 WSS	出口一最大速度 (m/s)	出口二最大速度
Id 1	$2.27 \times 10^{-1}$	$1.91 \times 10^{-1}$	$3.45 \times 10^{-2}$	$3.37 \times 10^{-2}$
Id 2	$2.38 \times 10^{-1}$	$2.53 \times 10^{-1}$	$3.61 \times 10^{-2}$	$3.56 \times 10^{-2}$
Id 3	$2.45 \times 10^{-1}$	$2.54 \times 10^{-1}$	$3.73 \times 10^{-2}$	$3.65 \times 10^{-2}$

由表3.1知，相比于网格一与网格二的差异，网格二与网格三的最小面积单元尺寸相差较小。而从表3.2中可知，相比于网格一，网格二与网格三壁面切应力差异较小，均分布在同一轴向与纵向距离位置，而不同网格最大出口速度的差异来源于偶数节点网格划分，其最靠近中心处的节点与泊肃叶流剖面中心极值位置具有微小差异，该误差符合理论预期。

综上所述，网格二（标准模型的网格划分）可作为选定的网格进行数值模拟。

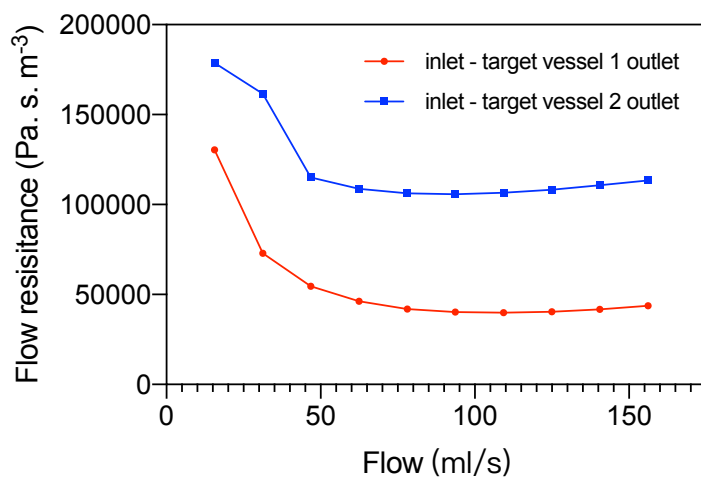
### 3.2 用流阻模型研究压力-流量关系

流阻模型是一种反映截面流量与出入端口压力差关系的简化模型，该模型认为，流量与出入口压降呈正比，其比例系数为流阻，即  $Q = \Delta P/R$ ，其中  $R$  为流阻。流阻大小反映了血管中血液流动的平均阻力。

#### 3.2.1 出口压力对目标血管流量分配的影响

表3.3展示了采用上述标准几何模型与相应网格参数进行流动数值模拟,  $Re = 77.25$  流动条件以及与3.1.1中一致的血液工质模型, 使用入口泊肃叶流边界条件、壁面无滑移边界条件、相应流量比边界条件, 得到入出口压力差、流量分配和流阻的结果。图3.3a展示了该模型入口到目标血管一出口与目标血管二出口该两段下, 流量与流阻的关系。入口-目标血管一出口段的流阻显著低于入口-目标血管二出口段的流阻。从表3.3中, 低流量意味着低静压差, 但是意味着高流阻, 但随着流量增大, 流阻迅速降低。

相应地, 表3.3也给出了  $Re = 77.25$  流动条件, 考虑无滑移壁面边界条件下, 双支血管获得相应流量比的静压差匹配情况。



(a)

图 3.3 目标血管一、二 (体积) 流量与流阻关系

Figure 3.3 Relationship between volume flow and flow resistance for the first target vessel and the second target vessel.

表 3.3 入出口压力差、流量分配和流阻

Table 3.3 Static pressure gap between inlet and outlet, flow distribution and flow resistance

流量比	目标血管一 出口流量 (ml/s)	目标血管二 出口流量	入口-目标血 管一最大静 压差 (Pa)	入口-目标血 管二最大静 压差	入 口-目 标 血管一区段 平 均 流 阻 (Pa · s · m <sup>-3</sup> )	入口-目标血 管二区段平 均流阻
0 : 10	0	156.19	0.38	17.72	∞	1.13 × 10 <sup>5</sup>
1 : 9	15.62	140.57	2.04	15.56	1.30 × 10 <sup>5</sup>	1.11 × 10 <sup>5</sup>
2 : 8	31.24	124.85	2.28	13.53	7.29 × 10 <sup>4</sup>	1.08 × 10 <sup>5</sup>
3 : 7	46.86	109.33	2.55	11.66	5.45 × 10 <sup>4</sup>	1.06 × 10 <sup>5</sup>
4 : 6	62.48	93.71	2.89	9.92	4.63 × 10 <sup>4</sup>	1.05 × 10 <sup>5</sup>
5 : 5	78.10	78.10	3.27	8.30	4.20 × 10 <sup>4</sup>	1.06 × 10 <sup>5</sup>
6 : 4	93.71	62.48	3.78	6.80	4.03 × 10 <sup>4</sup>	1.08 × 10 <sup>5</sup>
7 : 3	109.33	26.86	4.36	5.39	3.98 × 10 <sup>4</sup>	1.15 × 10 <sup>5</sup>
8 : 2	124.85	31.24	5.05	5.04	4.04 × 10 <sup>4</sup>	1.61 × 10 <sup>5</sup>
9 : 1	140.57	15.62	5.87	2.79	4.17 × 10 <sup>4</sup>	1.79 × 10 <sup>5</sup>
10 : 0	156.19	0	6.84	1.55	4.38 × 10 <sup>4</sup>	∞

### 3.2.2 沿程血管长度的影响

通过改变弯曲血管的抛物线方程，保证其他几何参数不改变的条件下，入口距离平行吻合口、入口距离端-侧吻合口有同样比例的增长。因而对于目标阻塞血管，从吻合口供血的来流要经历更长的沿程血管，从而带来静压分布与外周平均阻力的差异。

表 3.4 具有不同沿程血管长度的模型参数

Table 3.4 Various model parameters with different length of vessels along flow path .

模型 Id	弯曲段解析方程	入口与目标血管一出口水平距离 (mm)	入口与目标血管二出口左侧水平距离
Id 1	$y = 1/40x^2$	20	30
Id 2	$y = 1/50x^2$	22.5	37.5
Id 3	$y = 1/60x^2$	25	45
Id 4	$y = 1/80x^2$	30	60
Id 5	$y = 1/100x^2$	35	75

表3.4展示了采用不同沿程血管长度模型的几何参数。图3.4展示了采用不同沿程血管长度的模型的求解域、网格划分与边界，标准模型即为模型一，其模型的求解域、网格划分与边界设置见图3.1b所示。其他有四种模型如图3.4所示。

表3.5展示了指定流量配为 50% : 50%，使用上述五种模型研究沿程血管长度对于静压分布、外周流阻关系的结果。

表 3.5 具有不同沿程血管长度模型的出口流量

Table 3.5 Flow rate of various models with different length along flow path

模型 Id	目标血管一、血管二一致的出口质量流量 (kg/s)	目标血管一、血管二一致的出口体积流量 (ml/s)
Id 1	0.0820	78.10
Id 2	0.0820	78.10
Id 3	0.0820	78.10
Id 4	0.0820	78.10
Id 5	0.0820	78.10

由表3.5所示，对于同样入口速度与均匀流量分配边界条件，不同沿程血管尺寸下，目标血管一、二出入口具有流量，数值模拟结果与理论结果一致。3.6给

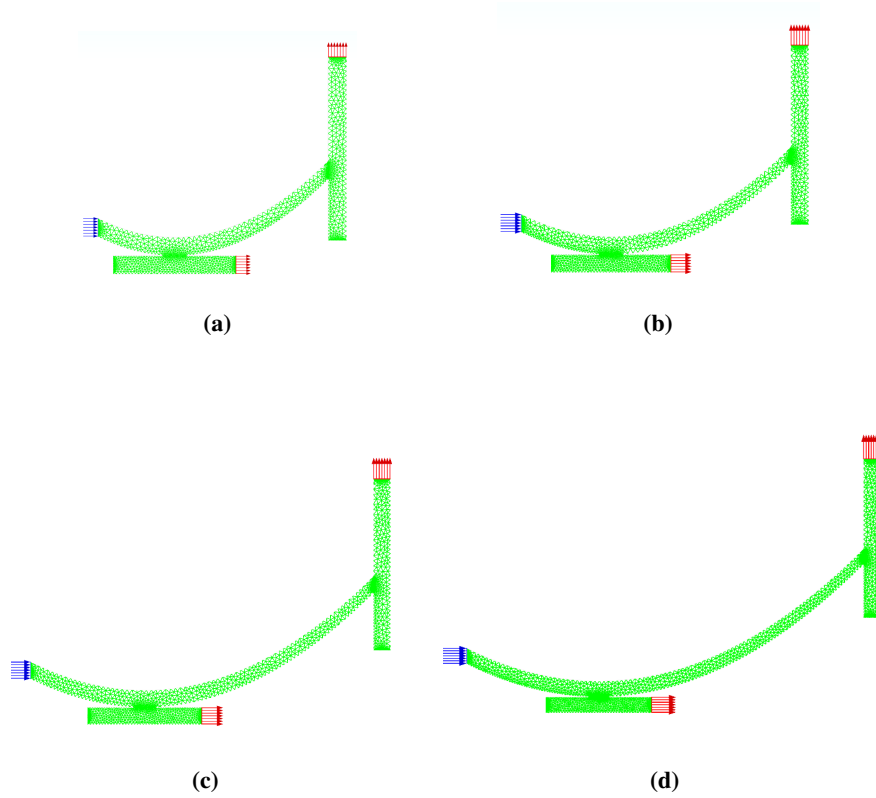


图 3.4 采用不同沿程血管长度的模型的求解域、网格划分与边界。(a) 模型二，(b) 模型三，(c) 模型四，(d) 模型五。

Figure 3.4 The solution domain, mesh division and boundary of the model with different vessel length. (a) Model 2, (b) Model 3, (c) Model 4, (d) Model 5.

表 3.6 具有不同沿程血管长度模型的出口静压差与流阻

Table 3.6 Gap of static pressure and flow resistance of various models with different length along flow path

模型 Id	目标血管一出口同入口的最大静压差 (Pa)	目标血管二出口同入口的最大静压差	目标血管一区段管路平均流阻 ( $\text{Pa} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-3}$ )	目标血管二区段管路平均流阻
Id 1	3.28	8.26	$4.20 \times 10^4$	$1.06 \times 10^5$
Id 2	4.11	10.33	$5.26 \times 10^4$	$1.32 \times 10^5$
Id 3	4.77	12.14	$6.11 \times 10^4$	$1.55 \times 10^5$
Id 4	6.07	15.59	$7.77 \times 10^4$	$2.00 \times 10^5$
Id 5	19.51	19.51	$9.65 \times 10^4$	$2.50 \times 10^5$



出了不同沿程血管长度下目标血管出入口静压差与平均流阻，参考表3.4弯曲血管弧段长度与表3.6，由图3.5结果表明，采用无滑移壁面边界条件与层流模型，平均流阻与沿程血管长度近似为线性关系。

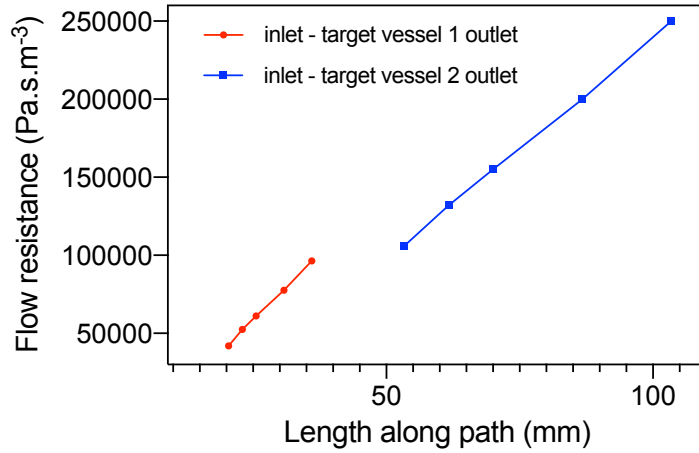


图 3.5 沿程血管长度与流阻

Figure 3.5 Relationship between flow resistance and length along path

### 3.3 流场力学特性、复杂流场特性与模型几何参数的关系

对于稳态流动，流场关键力学特性主要包括壁面切应力。高水平壁面切应力被证明与血管内膜增生的发生有关，从而导致远期血管堵塞，造成手术失效。而事实上，人体循环系统中的血流为脉动流，Ku 等 (1985) 的研究表明，在平均壁面切应力水平很低时，脉动流造成血流方向频繁改变，从而造成壁面切应力矢量方向的振荡。Ku 等人因而定义了剪切振荡指数 (OSI)，以表征壁面切应力振荡水平。OSI 水平越高，表明血液频繁改变流向，而相关研究表明，高水平振荡剪切应力意味着血管壁更易发生病理性改变。定常条件下，回流区域的血流方向频繁改变，因而回流区域面积处可近似反映血管中二次流动的复杂流场特征。以下结果展示了不同侧-端吻合口角度与平行吻合口宽度这两个几何参数对壁面切应力与回流区面积的影响，并展示了流函数等值线与流场速度矢量的结果。

#### 3.3.1 侧-端吻合口角度的影响

图3.6展示了不同侧-端吻合夹角模型与网格划分。其中夹角通过移动 x 方向的距离，根据抛物线不同位置具有不同切方向实现，值得注意的是，吻合口夹角定义为血管末端抛物线切方向与垂直的目标血管二的夹角。

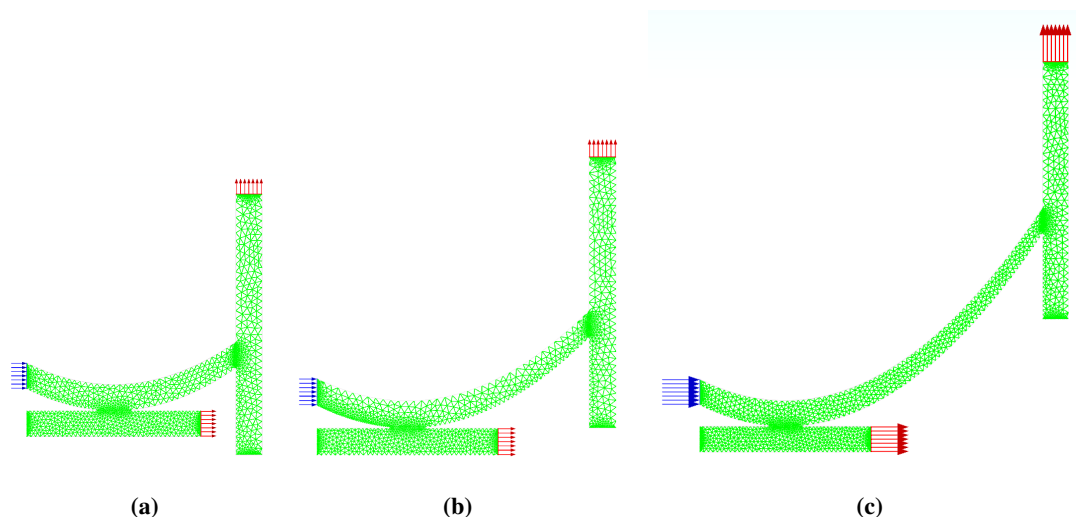


图 3.6 采用不同侧-端吻合夹角的模型的求解域、网格划分与边界。(a) 55 度吻合夹角, (b) 45 度吻合夹角, (c) 34 度吻合夹角。

Figure 3.6 The solution domain, mesh division and boundary of the model with different end-to-side anastomosis angle. (a) 55 degree anastomoses angle, (b) 45 degree anastomoses angle, (c) 34 degree anastomoses angle .

图3.7展示了具有不同侧-端吻合口角度的模型的流函数等值线与速度矢量场结果。对于不同吻合角度, 目标血管一与目标血管二吻合口附近阻塞一侧均出现回流区域。

表3.7展示了不同侧-端吻合口角度模型两目标血管上述回流区面积的结果, 由3.7可知, 两处回流区面积均与受侧-端吻合口角度影响, 小角度带来更大的回流区域, 这意味着侧-端吻合口角度减小, 来流轴向分量增大, 带来更复杂的非一维流动。

表 3.7 侧-端吻合口角度与两血管回流区域面积

Table 3.7 Relationship between angle of end-to-side anastomoses and the area of circumfluence area on two target vessels

吻合口角度 (度)	目标血管一回流区域长度 (mm)	目标血管二回流区长度 (mm)
55	6.04	4.54
45	6.49	4.50
34	6.49	5.22

图3.8展示了不同侧-端吻合口角度模型三支血管六个壁面的壁面切应力结果, 其中 x 轴方向表示的距离用轴向血管长度无量纲化, 从而归一化地表征血

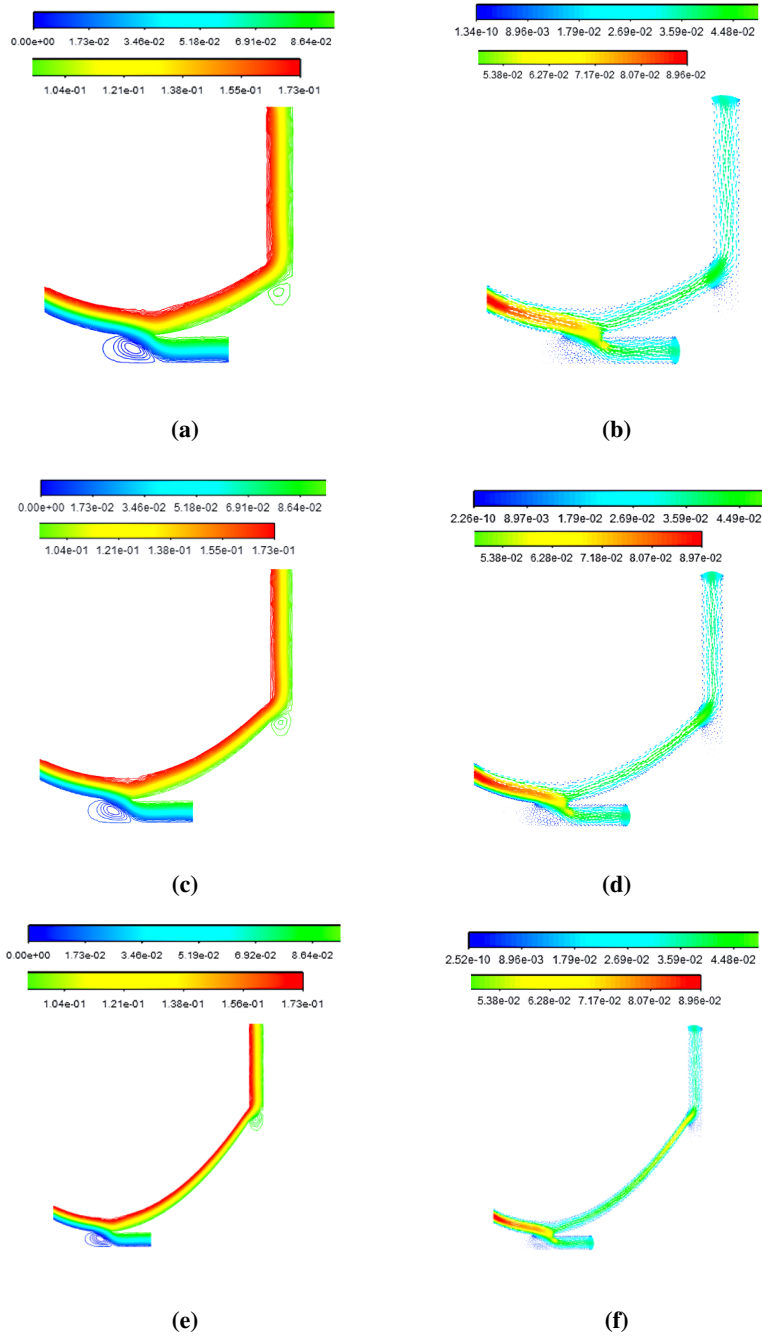


图 3.7 不同侧-端吻合口角度下流线与速度矢量。(a) 侧-端吻合口夹角 55 度流场流线, (b) 侧-端吻合口夹角 55 度流场速度矢量, (c) 侧-端吻合口夹角 45 度流场流线, (d) 侧-端吻合口夹角 45 度流场速度矢量, (e) 侧-端吻合口夹角 34 度流场流线, (f) 侧-端吻合口夹角 34 度流场速度矢量。

Figure 3.7 Streamlines and velocity vectors distribution on different end-side anastomotic degree.(a) Streamlines of 55 degree end-to-side anastomosis, (b) Velocity vectors of 55 degree end-to-side anastomosis, (c) Streamlines of 45 degree end-to-side anastomosis, (d) Velocity vectors of 45 degree end-to-side anastomosis, (e) Streamlines of 34 degree end-to-side anastomosis, (f) Velocity vectors of 34 degree end-to-side anastomosis.

管轴向位置。不同侧-端吻合口角度具有一定轴向血管长度差异，从子图3.8a可知，弯曲血管上壁面最小壁面切应力分布在平行吻合口轴向位置处，而离开平行吻合口处至侧-端吻合口的区段壁面切应力逐渐增大，且更小侧-端吻合角度带来显著上升的壁面切应力。从子图3.8b可知，最大轴向壁面切应力来自平行吻合口处，但侧-端吻合口角度并不影响该壁面切应力最大值，但影响离开平行吻合口处至侧-端吻合口的区段壁面切应力，且吻合口角度减小，壁面切应力相应增大。子图3.8f表明，对于目标血管二，最大切应力位于侧-端吻合口处，且居于下面的侧-端吻合口处壁面切应力大小显著受侧-端吻合口角度影响，小侧-端吻合口角度带来更大的壁面切应力。由子图3.8c、3.8d、3.8e可知，侧-端吻合口角度对供应血管下壁面、目标血管一上壁面与目标血管二右壁面的壁面切应力相对大小的影响不显著。

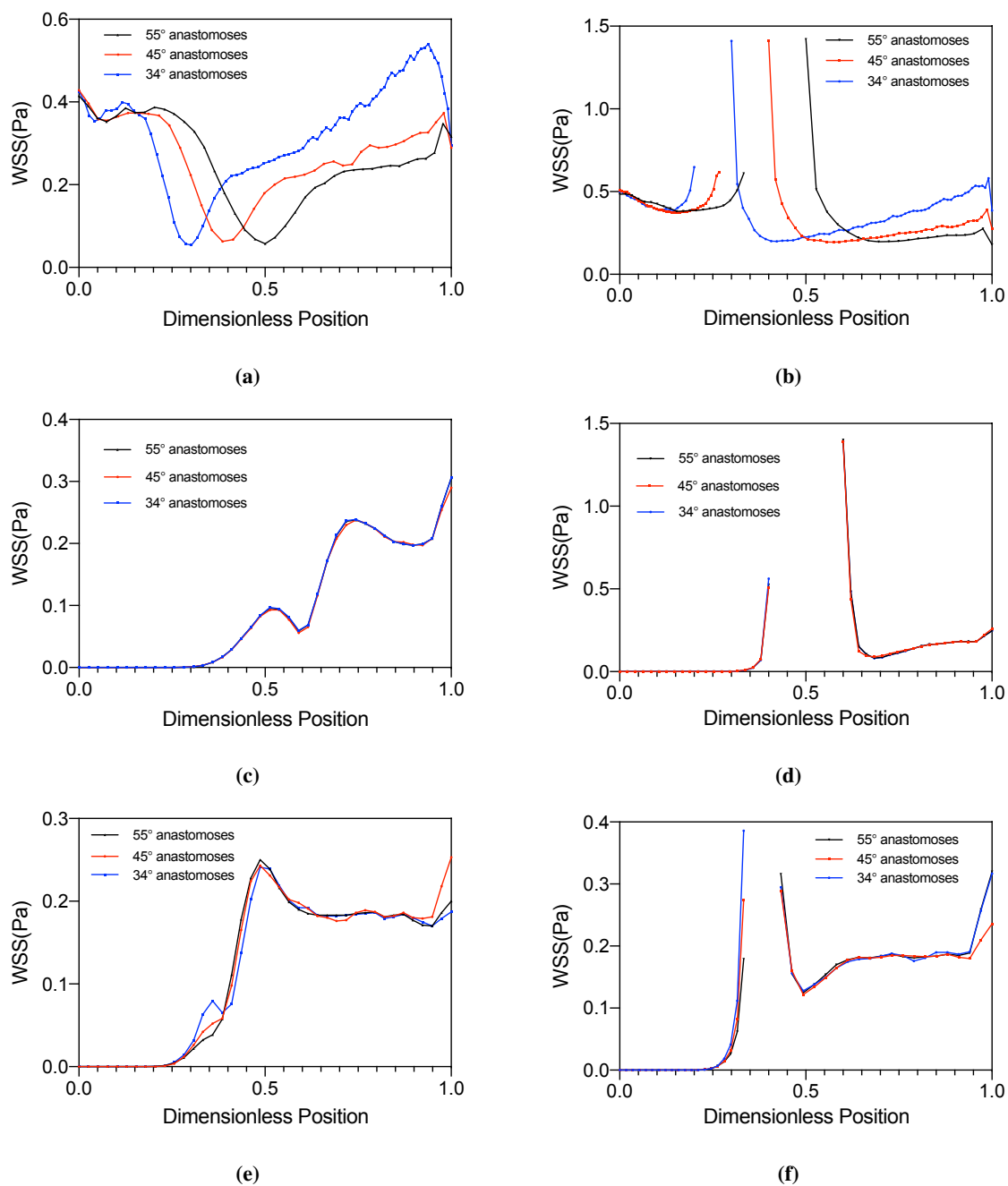


图 3.8 不同侧-端吻合口角度六个壁面的壁面切应力。(a) 弯曲血管上壁面, (b) 弯曲血管下壁面, (c) 水平血管下壁面, (d) 水平血管上壁面, (e) 垂直血管右侧壁面, (f) 垂直血管左侧壁面。

Figure 3.8 Wall shear stress of six walls on different end-to-side anastomoses degree. (a) Curve vessel up-wall, (b) Curve vessel down-wall (c) Horizontal vessel down-wall, (d) Horizontal vessel up-wall, (e) Vertical vessel right-wall, (f) Vertical vessel left-wall.

### 3.3.2 平行吻合口长度的影响

图3.9展示了不同平行吻合长度的模型与网格划分。

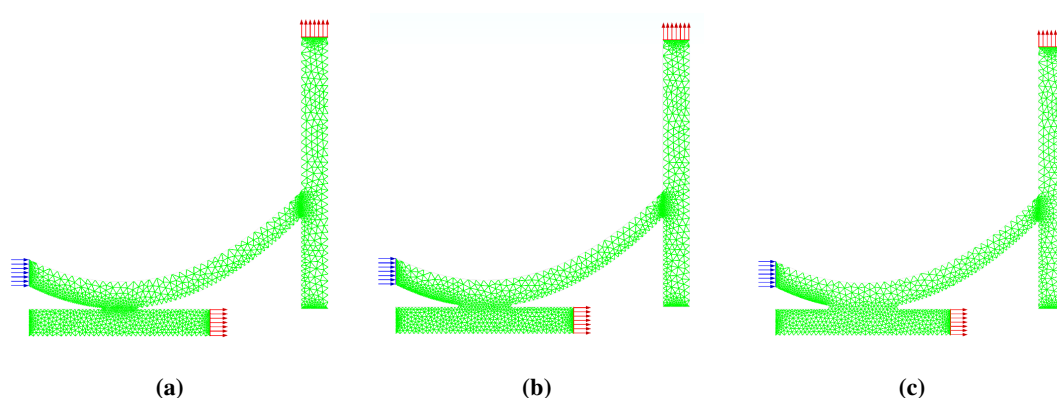


图 3.9 采用不同平行吻合口模型的求解域、网格划分与边界。(a) 4 毫米吻合口，(b) 6 毫米吻合口，(c)8 毫米吻合口。

Figure 3.9 The solution domain, mesh division and boundary of the model with different length of parallel anastomoses. (a) 4mm anastomoses, (b) 6mm anastomoses, (b) 8mm anastomoses .

图3.10展示了具有不同平行吻合口长度模型的流函数等值线与速度矢量场结果。对于不同平行吻合口长度，目标血管一与目标血管二吻合口附近阻塞一侧也均出现回流区域。

表3.8展示了模型两目标血管上述回流区面积的结果，由3.8可知，目标血管二回流区面积与平行吻合口长度不相关；而目标血管一回流区面积与平行吻合口长度相关，即宽吻合口带来更大的回流区域，这意味着平行吻合口长度增大带来目标血管一吻合口位置更复杂的非一维流动。

表 3.8 平行吻合口长度与两血管回流区域面积

Table 3.8 Relationship between length of parallel anastomoses and the area of circumfluence area on two target vessels

吻合口长度 (mm)	目标血管一回流区域长度 (mm)	目标血管二回流区长度 (mm)
4	6.48	4.50
6	7.05	4.50
8	8.03	4.50

图3.11展示了不同平行吻合口长度模型三支血管六个壁面的壁面切应力结

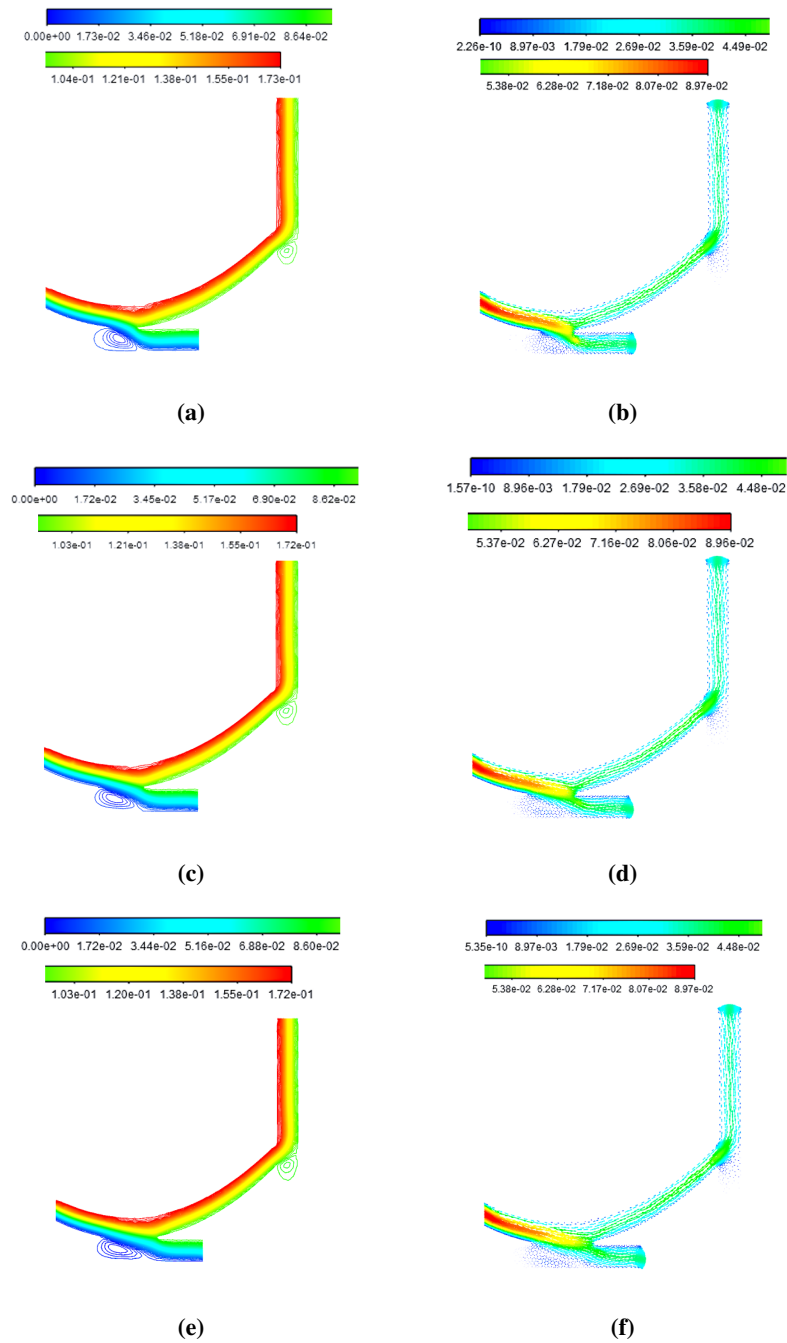


图 3.10 目标血管—不同平行吻合口长度流线与速度矢量。(a) 4mm 平行吻合口流场流线, (b) 4mm 平行吻合口流场速度矢量, (c) 6mm 平行吻合口流场流线, (d) 6mm 平行吻合口流场速度矢量, (e) 8mm 平行吻合口流场流线, (f) 8mm 平行吻合口流场速度矢量。

Figure 3.10 Streamlines and velocity vectors distribution on different length of parallel anastomotic. (a) Streamlines of 4mm parallel anastomosis, (b) Velocity vectors of 4mm parallel anastomosis, (c) Streamlines of 6mm parallel anastomosis, (d) Velocity vectors of 6mm parallel anastomosis, (e) Streamlines of 8mm parallel anastomosis, (f) Velocity vectors of 8mm parallel anastomosis.

果。从子图3.11b可知，弯曲血管下壁面最大壁面切应力分布在平行吻合口轴向位置处，且较小的平行吻合长度带来显著上升的壁面切应力。从子图3.11d可知，最大轴向壁面切应力来自平行吻合口处，且较小的平行吻合长度同样带来了显著上升的壁面切应力。子图3.11c表明，离开平行吻合口至目标血管一出口，较小的平行吻合带来略微增大的壁面切应力。由子图3.11a、3.11f、3.11e可知，平行吻合口长度对供应血管上壁面、目标血管左右壁面的壁面切应力相对大小的影响不显著，这意味着供应血管与目标血管一的平行吻合口长度并不影响目标血管二壁面切应力水平。



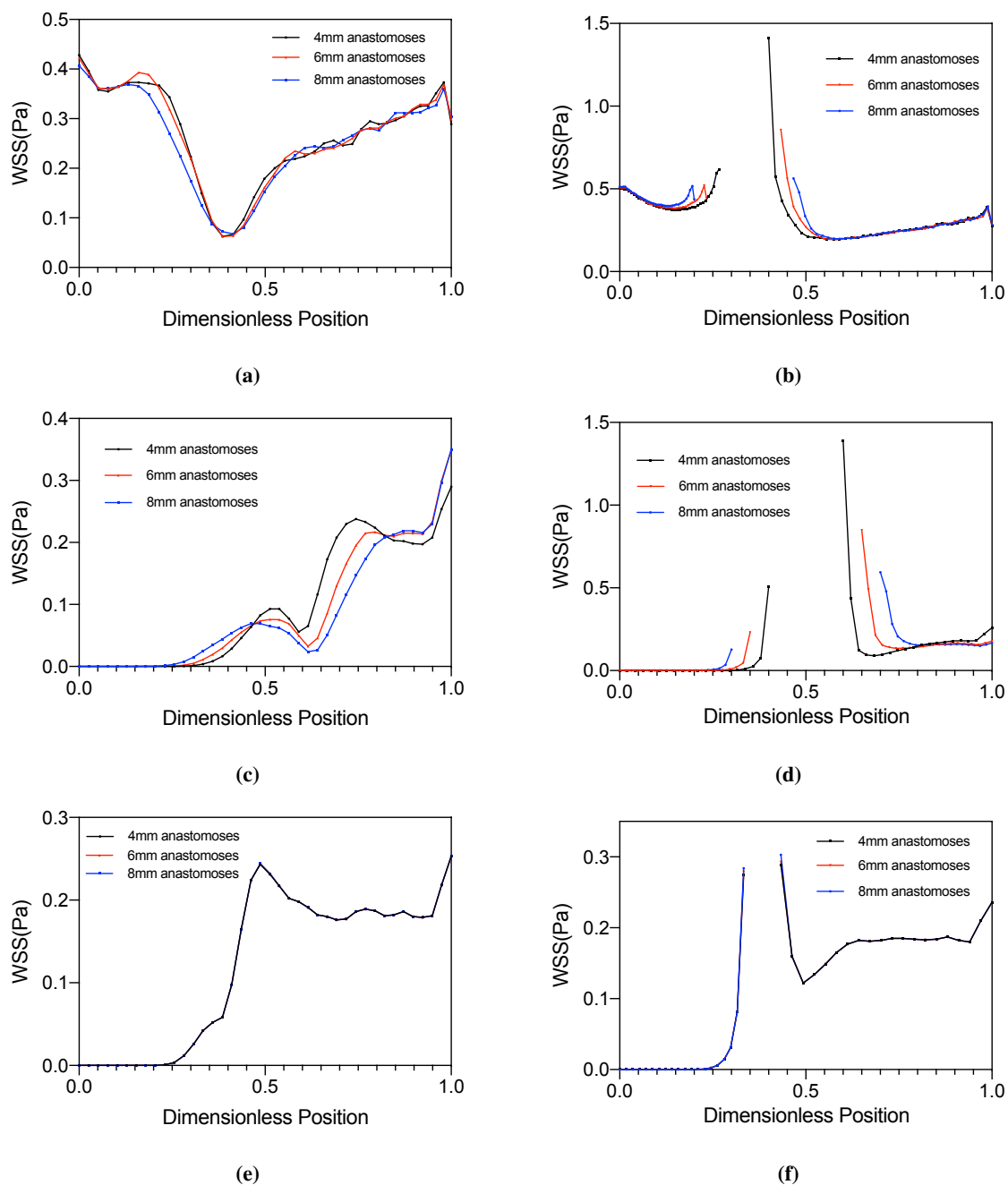


图 3.11 不同平行吻合口长度六个壁面的壁面切应力。(a) 弯曲血管上壁面, (b) 弯曲血管下壁面, (c) 水平血管下壁面, (d) 水平血管上壁面, (e) 垂直血管右侧壁面, (f) 垂直血管左侧壁面。

Figure 3.11 Wall shear stress of six walls on different parallel anastomotic lengths. (a) Curve vessel up-wall, (b) Curve vessel down-wall (c) Horizontal vessel down-wall, (d) Horizontal vessel up-wall, (e) Vertical vessel right-wall, (f) Vertical vessel left-wall.

### 3.4 小结

本章节讨论了脑血管序贯双吻合术的几何模型构建过程。我们使用简化方法将该术式相关的三支血管抽象为弯曲、水平与竖直的三条管路，该模型反映了序贯双吻合术血管间的吻合特征。进行简化模型的抽象之后，我们进行了低雷诺数下的流动数值模拟。

首先，我们给出了脑血管序贯双吻合术标准模型的详细参数与相应可以泛化的参数，包括弯曲管路的长度、平行吻合口长度与侧-端吻合口角度。对标准模型的数值模拟实验展示了关键的等值线分布结果，用于指导后续研究中对关键流场特征的选取与研究。网格无关性分析表明，数值实验采用的网格质量好。

其次，我们讨论了使用流阻模型研究压力与流量的关系。结果表明，两目标血管不同的流量分配结果取决于两流出道静压差匹配结果，而外周流阻在零流量到中流量的流量变化范围内呈现显著下降，而后趋于恒定，意味着存在一定的静压差阈值，超过该阈值后，该血管流出道将具有一定的流量。沿程血管长度影响恒定流量下流出道所具有的平均外周流阻，从而影响该流量条件下的静压差，且外周流阻与沿程血管长度拟呈正向线性关系。

最后，我们讨论了与流场力学特性与复杂非一维流动特性相关的模型几何参数，包括平行吻合口长度与侧-端吻合口角度对 WSS 与回流区面积的影响。其中侧-端吻合口角度和平行吻合口长度均显著影响不同壁面的壁面切应力相对大小，但对壁面切应力轴向分布影线不显著。对于回流区域面积，侧-端吻合口角度小意味着两目标血管吻合口附近更大的回流区面积，而平行吻合口长度的增长仅带来目标血管一平行吻合口处回流区面积的增大。

## 第4章 结论与展望

### 4.1 总结与讨论

使用抽象方法构建血管简化模型,进行流动数值模拟研究,是心血管搭桥手术研究中常用的方法。

本研究使用上述方法研究一种新兴的脑血管搭桥术式——序贯双吻合术,序贯双吻合不同于单支血管吻合,供血血管同时为两支阻塞血管供血。本研究调研了重要的几何特征参数与流场特征,构建了脑血管序贯双吻合术的几何模型,研究了定常条件特定雷诺数下静压差、流量与流阻的关系以及沿程血管长度对上述参量的影响,研究了模型几何特征参数对流场力学特性与非一维复杂流动特性的影响。

#### 4.1.1 流量、静压差与流阻

入口-目标血管二出口区段流阻较入口-目标血管一出口区段流阻更大,在零流量分配至50%流量分配的范围内,随着流量增加,该流出道外周流阻迅速减小并几乎保持恒定,这意味着,平均血流量(入口流量50%经出口流出)与高血流量具有相似的流阻,从而两目标血管静压匹配,低血流量血管存在某一入-出口静压差阈限(该静压差“克服”外周流阻,保证了血流供应),表3.3给出了相关流量-静压差匹配情况。事实上,血管管壁为弹性可扩张管壁,高静压差使得管壁扩张,此时静压不仅驱动血流,还造成管壁产生应变,从而提高外周流阻,真实血管的这种特性对于高静压差具有更强的适应能力,从而保持流量与流速的稳定,本研究暂未考虑血管弹性对流阻的影响。

恒定流量下,从入口到出口的沿程血管长度影响静压差与流阻,且沿程血管长度与静压差和流阻成正线性关系。这意味着,对于特定静压差,过长的供血血管不利于维持血流供应。

#### 4.1.2 壁面切应力与回流区域面积

模型几何参数,包括平行吻合口长度与侧-端吻合口角度,影响表征非一维复杂流动的特性的回流区域面积大小,影响三支血管六个壁面的壁面切应力大小与分布。

均匀流量分配下，更宽的平行吻合口、更小的侧-端吻合口夹角带来更大回流区面积，意味着更显著的二次流现象。

模型几何参数包括平行吻合口长度与侧-端吻合口角度不影响壁面切应力的轴向分布，但不同吻合口角度、长度对不同壁面壁面切应力相对大小具有影响。平行吻合口长度显著影响供血血管下壁面、目标血管一上下壁面靠近吻合口处的壁面切应力大小，更小的平行吻合口长度意味着更大的壁面切应力。侧-端吻合口角度显著影响供血血管上下壁面靠近吻合口处、目标血管二左侧壁面靠近吻合口处的壁面切应力大小，同时更小的吻合口夹角带来了更大的壁面切应力。

在综合考虑二次流回流区面积、壁面切应力大小优化相应几何参数，较大的侧-端吻合口夹角意味着更好流场特性；而较长的平行吻合口长度意味着更低的壁面切应力与更大的回流区面积，从而应结合偏好与真实手术情况做出选择。

## 4.2 未来展望

脑血管序贯双吻合（Cerebrovascular SDA）作为新兴的颅内-颅外吻合技术，仍具有的广阔的研究前景。

在方法上，本研究采用简化模型的方法进行建模，基于 MRI 医学影像数据构建吻合血管的三维几何模型会提供另一种研究思路；此外，本研究对血液流动条件与边界条件的使用均做出了简化，考虑定常流动条件，另有可供参考的诸多冠状动脉血管吻合术流动模拟研究，考虑将血液作为脉动流的非定常条件下的流态，这种流态贴近人体真实循环系统流动环境，同时也有更加丰富的流场特征参数（例如振荡剪切指数、时间平均壁面剪切应力等）可被纳入考量；在壁面边界条件上，本研究仅考虑无滑移刚性管壁，将血管壁视为刚性圆管，然而进一步考虑三维流固耦合问题，或许会使得对外周流动阻力与静压差的估算更加准确。

脑血管序贯双吻合术具有多血管复合吻合的复杂性，仍然有诸多悬而未决的医学问题。在术前评估方面，如何根据由影像得来的几何参数与脑血流量测量结果预估脑血管的压力；在术中决策方面，如何建立理论模型与数值模型的相关参数库，对于术中测量结果（主要是静压与轴向长度的几何参数）调整吻合参数设置、供应血管对两具有不同脉压的受体血管的吻合顺序，提高手术成功率，确保充足的流量与合适的流量比；在术后随访过程，如何根据术中压力、轴向尺寸、吻合参数的测量结果与术后血管直径测量结果，结合流场力学特征参数，预

估吻合口长期通畅性。上述的医学问题重要却充满挑战。

未来，将需要有更多研究采用更加细致的模型，专注于解决该类医学问题。



## 参考文献

- 张鹤. 人工血管螺旋槽结构模型的初步研究 [D]. 重庆大学, 2007.
- 豆中强. 动脉血管中脉动血流的数值模拟 [D]. 重庆大学, 2006.
- 赵夕. 冠状动脉搭桥手术规划的血流动力学研究 [D]. 北京工业大学, 2017.
- Balaras E, Cha K, Griffith B P, et al. Treatment of aortic stenosis with aortic valve bypass (apicoaortic conduit) surgery: an assessment using computational modeling [J]. *The Journal of thoracic and cardiovascular surgery*, 2009, 137(3): 680-687.
- Caro C, Fitz-Gerald J, Schroter R. Atheroma and arterial wall shear-observation, correlation and proposal of a shear dependent mass transfer mechanism for atherogenesis [J]. *Proceedings of the Royal Society of London. Series B. Biological Sciences*, 1971, 177(1046): 109-133.
- Chandran K, Swanson W, Ghista D, et al. Oscillatory flow in thin-walled curved elastic tubes [J]. *Annals of biomedical engineering*, 1974, 2(4): 392-412.
- Cho Y I, Kensey K R. Effects of the non-newtonian viscosity of blood on flows in a diseased arterial vessel. part 1: Steady flows [J]. *Biorheology*, 1991, 28(3-4): 241-262.
- Feigin V L, Roth G A, Naghavi M, et al. Global burden of stroke and risk factors in 188 countries, during 1990–2013: a systematic analysis for the global burden of disease study 2013 [J]. *The Lancet Neurology*, 2016, 15(9): 913-924.
- Fry D L. Acute vascular endothelial changes associated with increased blood velocity gradients [J]. *Circulation research*, 1968, 22(2): 165-197.
- Hayes R, Nandakumar K, Nasr-El-Din H. Steady laminar flow in a 90 degree planar branch [J]. *Computers & Fluids*, 1989, 17(4): 537-553.
- Kabinejadian F, Chua L P, Ghista D N, et al. A novel coronary artery bypass graft design of sequential anastomoses [J]. *Annals of Biomedical Engineering*, 2010, 38(10): 3135-3150.
- Kleinstreuer C, Lei M, Archie Jr J. Flow input waveform effects on the temporal and spatial wall shear stress gradients in a femoral graft-artery connector [J]. *Journal of Biomechanical Engineering*, 1996, 118(4): 506-10.
- Ku D N, Giddens D P, Zarins C K, et al. Pulsatile flow and atherosclerosis in the human carotid bifurcation. positive correlation between plaque location and low oscillating shear stress [J]. *Arteriosclerosis*, 1985.
- Lopes D, Puga H, Teixeira J, et al. Blood flow simulations in patient-specific geometries of the carotid artery: a systematic review [J]. *Journal of Biomechanics*, 2020: 110019.
- Manning K B. *Biofluid mechanics: the human circulation* [M]. Springer, 2012.

- Matos H, Oliveira P. Steady and unsteady non-newtonian inelastic flows in a planar t-junction [J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2013, 39: 102-126.
- Matsuura K, Jin W W, Liu H, et al. Computational fluid dynamics study of the end-side and sequential coronary artery bypass anastomoses in a native coronary occlusion model [J]. *Interactive cardiovascular and thoracic surgery*, 2018, 26(4): 583-589.
- Miranda A I, Oliveira P J, Pinho F. Steady and unsteady laminar flows of newtonian and generalized newtonian fluids in a planar t-junction [J]. *International journal for numerical methods in fluids*, 2008, 57(3): 295-328.
- Ojha M. Wall shear stress temporal gradient and anastomotic intimal hyperplasia. [J]. *Circulation Research*, 1994, 74(6): 1227-1231.
- Owida A A, Do H, Morsi Y S. Numerical analysis of coronary artery bypass grafts: An over view [J]. *Computer methods and programs in biomedicine*, 2012, 108(2): 689-705.
- Perktold K, Hilbert D. Numerical simulation of pulsatile flow in a carotid bifurcation model [J]. *Journal of biomedical engineering*, 1986, 8(3): 193-199.
- Politis A, Stavropoulos G, Christolis M, et al. Numerical modeling of simulated blood flow in idealized composite arterial coronary grafts: Steady state simulations [J]. *Journal of Biomechanics*, 2007, 40(5): 1125-1136.
- Qiao A, Liu Y, Guo Z. Wall shear stresses in small and large two-way bypass grafts [J]. *Medical Engineering and Physics*, 2006, 28(3): 251-258.
- Rosenberg N. Modern vascular grafts [J]. *Journal of Vascular Surgery*, 1987, 5(3): 504.
- Ruiz-Soler A, Kabinejadian F, Slevin M A, et al. Optimisation of a novel spiral-inducing bypass graft using computational fluid dynamics [J]. *Scientific Reports*, 2017, 7(1): 1865.
- Salacinski H J, Goldner S, Giudiceandrea A, et al. The mechanical behavior of vascular grafts: A review [J]. *Journal of Biomaterials Applications*, 2001, 15(3): 241-278.
- Sia S F, Qian Y, Matsuda W, et al. Evaluation of brain extracranial-to-intracranial (ec-ic) bypass treatments by using computational hemodynamic technology [C]//6th World Congress of Biomechanics (WCB 2010). August 1-6, 2010 Singapore. Springer, 2010: 1542-1545.
- Taylor C A, Hughes T J, Zarins C K. Finite element modeling of blood flow in arteries [J]. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 1998, 158(1-2): 155-196.
- Taylor C A, Fonte T A, Min J K. Computational fluid dynamics applied to cardiac computed tomography for noninvasive quantification of fractional flow reserve: scientific basis. [J]. *Journal of the American College of Cardiology*, 2013, 61(22): 2233-2241.
- Texon M. A hemodynamic concept of atherosclerosis, with particular reference to coronary occlusion [J]. *AMA archives of internal medicine*, 1957, 99(3): 418-427.



- Vigmostad S C, Udaykumar H. Algorithms for fluid–structure interaction [M]//Image-based computational modeling of the human circulatory and pulmonary systems. Springer, 2010: 191-234.
- Wang J. Theory of flow distribution in manifolds [J]. Chemical Engineering Journal, 2011, 168(3): 1331-1345.
- Zhang Y, Sia S F, Morgan M K, et al. Flow resistance analysis of extracranial-to-intracranial (ec–ic) vein bypass [J]. Journal of biomechanics, 2012, 45(8): 1400-1405.



## 致 谢

2020年9月，我与中国科学院力学研究所研究员王士召老师沟通，确定了毕业设计的课题组。出于对数值模拟的兴趣，在选题初期我提出了自己预想的方向，王老师更是参考了我所选修过的课程、以及辅修过生物系部分课程的学科背景，给出了“血管简化模型与流动数值模拟”的建议选题。这一选题具有挑战，但与我的兴趣非常切合，从而使我可以在未来三个月开题前的啃文献与广泛调研过程中感到充满激情、常学常新。

在课题组里学习、工作的过程中，王老师格外平易近人，从不苛责我的失误亦或工作不够充分，而是以一种交流、讨论的态度指导我；每当遇到难以解决的问题，王老师也总能及时地给出建设性的意见，帮助我推进进展。在开题报告、中期报告以及论文的修改工作中，王老师亲力亲为、逐字修订；开题与中期的展示汇报，王老师也不厌其烦地帮助我润色、斟酌逻辑表述。非常感谢王老师的悉心指导，让我实现了从对领域的几无所知到敢于提出自己的模型并做出相应分析与合理归纳的蜕变，同时也对学术论文撰写的思路、逻辑、细节把控有了更深的理解。

课题组里的吴凡师兄也在进行血液流动理论与数值模拟方面的研究，在组会上曾聆听他的报告与文献分享，颇有收获；私下里，在使用数值模拟软件与网格绘制软件的学习阶段，吴凡师兄多次帮我解决了关键困扰，不胜感激。

感谢中国医科大学附属第一医院神经外科佟志勇老师对本课题的指导，佟老师提供了诸多术者在临床上关注的问题，它们形成了本文所讨论的关键问题。

最后，还要感谢中国科学院大学的老师们、青年班主任鲍麟老师、以及首届力学系的诸多同学们，答疑解惑、互相交流、共同进步的过程十分开心，也十分难忘。

愿我们都能保有对学科的爱，不忘初心，不断进步。

